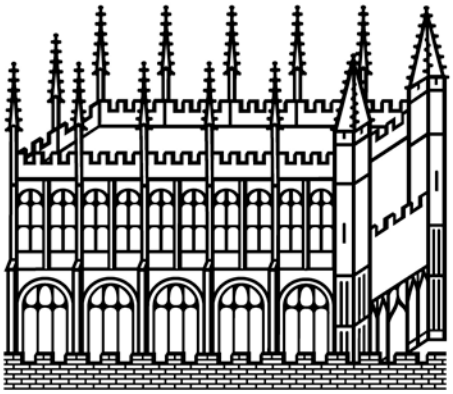


Bodleian Libraries

UNIVERSITY OF OXFORD

This book is part of the collection held by the Bodleian Libraries and scanned by Google, Inc. for the Google Books Library Project.

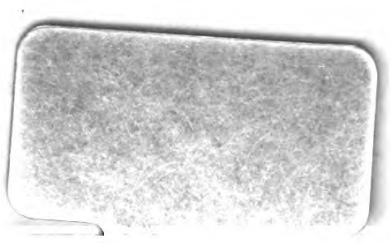
For more information see:

http://www.bodleian.ox.ac.uk/dbooks



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 2.0 UK: England & Wales (CC BY-NC-SA 2.0) licence.





16 A 13.

16A13 (i)

INDIAN INSTITUTE

۱۵ اخیر سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۱۶	(۱۳)	۸ اور ۴۰
(۲)	۱۲	(۱۴)	۲۴ اور ۶ برس
(۳)	۱۸	(۱۵)	۳۵، ۳۶ اور ۱۷
(۴)	۶۰	(۱۶)	۴۴ اور ۳۶
(۵)	۱۰	(۱۷)	$\frac{۴}{۵}$
(۶)	۱۰ اور ۳۰	(۱۸)	$\frac{۳}{۵}$
(۷)	$۱۰\frac{۵}{۷}$ اور $۱۴\frac{۲}{۷}$	(۱۹)	۲۴۰
(۸)	$۱\frac{۱}{۴}$ اور $۸\frac{۱}{۴}$	(۲۰)	$۳۲\frac{۸}{۱۱}$ منٹ ایک بجے کے بعد
(۹)	۶ روپیہ ۸ آنہ، ۵ روپیہ ۸ آنہ ۴ روپیہ ۸ آنہ، ۳ روپیہ ۸ آنہ	(۲۱) (۲۲)	$۲۷\frac{۳}{۱۱}$ منٹ ۵ بجے کے بعد ۲ کوس
(۱۰)	$۹\frac{۱}{۲}$ اور $۱۲\frac{۱}{۲}$ ہاتھ	(۲۳)	$۱۲\frac{۲}{۵}$ من
(۱۱)	۱۰ آٹھ آنی اور ۲ چوآنی	(۲۴)	۳ آنہ $۴\frac{۸}{۲۵}$ پائی
(۱۲)	۸		

۱۳ خطوط وحدانی کے متعلقہ جو مساوات ہین اونکے سوالونکی جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	د = ۵	(۷)	د = ۳
(۲)	د = ۵	(۸)	د = ۷
(۳)	د = $\frac{2}{3}$	(۹)	د = ۱۴
(۴)	د = ۱۰	(۱۰)	د = ۸
(۵)	د = $6\frac{1}{2}$	(۱۱)	د = ۷
(۶)	د = $4\frac{7}{9}$	(۱۲)	د = ۲

۱۴ کسور کے متعلقہ جو مساوات ہین اونکے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	د = $\frac{1}{4}$	(۶)	د = ۸
(۲)	د = $\frac{1}{2}$	(۷)	د = ۸
(۳)	د = ح $\frac{1}{س}$	(۸)	د = ۱۲
(۴)	د = ۱۸	(۹)	د = $\frac{1}{14}$
(۵)	د = ۸	(۱۰)	د = ۲

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۵)	د = ۳	(۲۱)	د = ۵
(۶)	د = ۴	(۲۲)	د = ۵
(۷)	د = ۲	(۲۳)	د = ۷
(۸)	د = ۱	(۲۴)	د = ۷
(۹)	د = ۱۰	(۲۵)	د = ۷
(۱۰)	د = ۸	(۲۶)	د = ۱۴
(۱۱)	د = ۵	(۲۷)	د = ۶۰
(۱۲)	د = ۱۲	(۲۸)	د = ۸۴
(۱۳)	د = ۱	(۲۹)	د = ۳۵
(۱۴)	د = ÷	(۳۰)	د = ۵
(۱۵)	د = ۴	(۳۱)	د = ۷
(۱۶)	د = ۱۲	(۳۲)	د = ۲
(۱۷)	د = ۹	(۳۳)	د = ۹
(۱۸)	د = ۷	(۳۴)	د = ۷
(۱۹)	د = ۱۰	(۳۵)	$۳\frac{۱}{۱۲}$
(۲۰)	د = ۲۰	(۳۶)	د = ۸

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۳)	۴د	(۱۲)	$ح^{۲}$
(۴)	$۲ح^{۲}-۲س^{۲}$	(۱۳)	$۱-د^{۴}$
(۵)	$۷+۵د$	(۱۴)	د
(۶)	$\frac{۵ح}{۲}-\frac{۳د}{۲}$	(۱۵)	$\frac{ح}{س}$
(۷)	س	(۱۶)	$\frac{س}{ح}$
(۸)	$ح د^{۲}+س د^{۲}$	(۱۷)	$\frac{۲+د}{۱-د^{۲}}$
(۹)	$۶-۵د$	(۱۸)	۱
(۱۰)	$۱-د$	(۱۹)	$د^{۲}+د$
(۱۱)	$۵ح-۳ط$	(۲۰)	$۴د^{۲}-د^{۴}$

۱۲ مساوات درجۂ اول کے

سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	د = ۶	(۳)	د = ۶
(۲)	د = ۱	(۴)	د = ۸

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۲۹)	$\frac{۲س^{۲}}{۳}$	(۳۹)	$\frac{۲د+۱}{د-۲}$
(۳۰)	$\frac{۲ح د^{۲}}{س ط}$	(۴۰)	$\frac{۲-۳د+د^{۲}}{د ر}$
(۳۱)	$د^{۲}+۲+\frac{۱}{د}$	(۴۱)	$\frac{۲س-۲ح}{۲ح س-س^{۲}}$
(۳۲)	$ر+\frac{۱}{ر}+۲$		
(۳۳)	$۱-\frac{۱}{د^{۲}}$	(۴۲)	$\frac{۴-د}{۴}$
(۳۴)	۱	(۴۳)	$۱-\frac{۱}{د}$
(۳۵)	$\frac{م^{۲}-۳م+۲}{۴}$	(۴۴)	$\frac{۱}{د}$
(۳۶)	$\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۲}\times\frac{ص^{۲}}{ح^{۲}}-\frac{۱}{۲}\times\frac{ح^{۲}}{س^{۲}}$	(۴۵)	$\frac{ح^{۲}-ح د}{س}$
(۳۷)	ح س	(۴۶)	$\frac{ح^{۲}+ح د+د^{۲}}{ح^{۲}-ح د+د^{۲}}$
(۳۸)	$\frac{ح^{۳}-د^{۳}}{ح^{۲}+د^{۲}}$		

۱۱ خطوط وحدانی کے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	ح ط	(۲)	۴-د

۱۰ ضرب و تقسیم کسور کے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	$\frac{د۳}{۲}$	(۱۵)	$۱۰-\frac{۱}{د}$
(۲)	$د۳$	(۱۶)	$\frac{د۳}{۱۴}$
(۳)	$\frac{۵}{۲}$	(۱۷)	$د۱$
(۴)	$د۲$	(۱۸)	$۲=\frac{د۳}{۵}$
(۵)	$۲ح-د۲$	(۱۹)	$\frac{۱}{د۱۲}$
(۶)	$د۲۸$	(۲۰)	$د^۲+ر^۲-\frac{۱}{د۳}-\frac{۱}{ر^۲}$
(۷)	$د۸$	(۲۱)	$\frac{د}{۲}$
(۸)	$د۹-۱۵$	(۲۲)	$\frac{د۳}{۲}$
(۹)	$د۳۵+۶۰$	(۲۳)	$\frac{د}{۸}$
(۱۰)	$د۱۴-۱۶$	(۲۴)	$\frac{د۳}{ر۴}$
(۱۱)	$د۷ر+۱۵۶$	(۲۵)	$\frac{م}{ع}$
(۱۲)	$د۴-۲$	(۲۶)	$۱=\frac{۱}{ر۲}$
(۱۳)	$د۶+۸$	(۲۷)	$۱\pm\frac{س۲}{۴}$
(۱۴)	$د۳-۵$	(۲۸)	$\frac{ر۵}{ص۲}$

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۷)	$\frac{۶}{ح}$	(۲۰)	$\frac{د}{۸}$
(۸)	$\frac{۶}{ح س}$	(۲۱)	$\frac{۱}{۲}$
(۹)	$\frac{د^۲ + ر^۲ + ۲ د ر}{د^۲ ر^۲}$	(۲۲)	$\frac{د + ه}{۸}$
(۱۰)	$\frac{س ط + ۲ ط + ۳}{ح س ط}$	(۲۳)	$\frac{۵ د - ر - ۳}{۱۰}$
(۱۱)	$\frac{۱۹ د - ۲۳}{۶}$	(۲۴)	$\frac{۴ د + ۱۶}{د + ۱}$
(۱۲)	$\frac{۳۴ د - ۲۳}{۱۲}$	(۲۵)	$\frac{۲}{د}$
(۱۳)	$\frac{۵۴ د - ۱۳}{۵۰}$	(۲۶)	$\frac{۲ د^۲ + د}{د^۲ + ۳ د + ۲}$
(۱۴)	$\frac{۶۲}{۱۵ د}$	(۲۷)	$\frac{۵ د + ۳۵}{۴۲}$
(۱۵)	$\frac{۴۱}{۲۰ ر}$	(۲۸)	$\frac{۱۷ د - ۳۴}{۵۰}$
(۱۶)	$\frac{س ط د + ح ط ر + ح س ص}{ح س ط}$	(۲۹)	$\frac{ح ط د}{س ر + س ط د}$
(۱۷)	$\frac{ح د ر + ط د ر}{ح س ط}$	(۳۰)	$\frac{د^۲ + ر^۲}{د ر + ر^۲}$
(۱۸)		(۳۱)	$\frac{۱}{۱ + د + ۲ د}$
(۱۹)	$\frac{د}{۱۰}$	(۳۲)	$\frac{۴ د ر}{د - ر}$

۸ اختصار کسور کے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	$\frac{۲ح}{۳}$	(۷)	$\frac{م-ن}{م ن}$
(۲)	$۲س$	(۸)	$\frac{۲د-۳}{۵}$
(۳)	$\frac{۴س د}{۳ح}$	(۹)	$\frac{۲ح+۳}{س}$
(۴)	$\frac{س د}{۲}$	(۱۰)	$\frac{۲س+۱}{ح}$
(۵)	$\frac{د۲}{۳ح}$	(۱۱)	$\frac{۳ح-۲د}{۲ح-۳د}$
(۶)	$\frac{س}{۲ح۳}$	(۱۲)	$\frac{ن-م+ع}{م-ن+ع}$

۹ جمع و تفریق کسور کے سوالونکے جواب۔

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	$\frac{۰٫۶د}{۵}$	(۴)	$\frac{۲ح}{۵}$
(۲)	$\frac{۵ح س}{۶}$	(۵)	$\frac{۶د-۴}{۷}$
(۳)	$\frac{۳ح+۱}{۳}$	(۶)	$\frac{۱۰د-۲}{۲۱}$

۷ ذو اضعاف اور ذو اضعاف اقل کے سوالون کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۴	(۱۴)	د
(۲)	۲۵	(۱۵)	۱۶۸
(۳)	۲۰	(۱۶)	۲۴۰
(۴)	د	(۱۷)	۵۶
(۵)	س د^{2}	(۱۸)	۱۶۸
(۶)	ح ع د	(۱۹)	۲۵۲۰
(۷)	و ح س د	(۲۰)	۴۲۵۰۴
(۸)	۳ ح^{2} س^{2}	(۲۱)	ح س د
(۹)	و ح^{4} س^{2} ط^{6}	(۲۲)	۲ ح در
(۱۰)	۷ م ن ع	(۲۳)	۲۴ د
(۱۱)	ح در	(۲۴)	ح س ط
(۱۲)	$\frac{2}{5}$ ح	(۲۵)	۲ د^{2} ر^{2}
(۱۳)	ف	(۲۶)	س ط^{2} ف^{2}

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۳)	۷ د	(۱۷)	— ۳ ح د + ۴ س + ۱
(۴)	ح	(۱۸)	ح^{۲} — ۵ د س + ۶ د^{۲}
(۵)	۳ د	(۱۹)	د + ۱
(۶)	ح	(۲۰)	ط + ف
(۷)	— ح ر	(۲۱)	۳ — س
(۸)	— ح ر	(۲۲)	۲ ح — ۵ د
(۹)	— ۳ ح	(۲۳)	ح + ۲
(۱۰)	۲ ح در	(۲۴)	۲ ح س
(۱۱)	— ۱۴ د ن	(۲۵)	۳ ر — ۵
(۱۲)	۲ س د	(۲۶)	۳ د^{۲} — د + ۲
(۱۳)	۳ ط — ۲ س ف	(۲۷)	ح — س — ط
(۱۴)	۲ ط — س ف	(۲۸)	۵ ح^{۲} + ۳ د^{۲}
(۱۵)	— ۴ د + ۳ ر	(۲۹)	ع^{۲} ل + ۴ ع ل^{۲} + ۲ ل^{۳}
(۱۶)	۱ + ۵ ح ط — ۲ س ط	(۳۰)	ح د^{۲} — س د^{۲} ح^{۲} + ۵ ح س د + ۵ ح^{۲} — ۵ ح^{۲} س
		(۳۱)	۱۶ ک^{۴} — ۲۴ د^{۳} + ۳۶ د^{۲} — ۲۴ د + ۸۱

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱۳)	ح س + د س + ح ر + د ر	(۲۵)	د ـ ر + ۲ د ۲ + د ر ـ ۳ د ۲
(۱۴)	۶ د ۲ ـ ۲ د ـ ۴	(۲۶)	ح س + د س ـ د س ـ ح ر ـ د ر + ر
(۱۵)	د ۲ ـ د ـ ۱۲	(۲۷)	۲ ح ط ـ ۳ ح س ط + س ۲ ط + ۲ ح ف ـ ح س ف
(۱۶)	۶ د ۲ ـ ۱۹ د + ۱۰	(۲۸)	ح ۴ ـ ۱
(۱۷)	۱ ـ د ۲	(۲۹)	د ۴ ـ ح ۴
(۱۸)	د ـ ۳ د ۲ + ۲ د ۳	(۳۰)	۸ د ۳ + ۲۷
(۱۹)	۲ ح د ۲ + ۲ د س ـ ح د ـ ۲ س	(۳۱)	۱۶ + ۴۴ د ۲ + د ۴
(۲۰)	ح ۲ ـ ح د ـ ۶ د ۲	(۳۲)	ح ۶ ـ ۳ ح ۳ د ۲ + ۲ د ۴
(۲۱)	۳۵ د ۲ ـ ۳۳ د + ۴	(۳۳)	د ۴ ـ ۱۸
(۲۲)	ح د ـ ۱۲ ر ۲ س ـ ۶ ح د ۲ + ۹ د س	(۳۴)	۴ ح ۴ د ۴ ـ ۹ س ۴ ر ۲
(۲۳)	۲ م + ن ـ ۴ م ۲ ن ـ ۲ م ن ۲	(۳۵)	۴ ح ۴ ـ ۹ ح ۲ س ۲ + ۶ ح س ۳ ـ س ۴
(۲۴)	ح ۳ ط ـ ح س ط ـ ح ۲ س ۲ + س ۳ ط		

تقسیم کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	د	(۲)	۷

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۵)	د — ر — ۹ ص	(۱۲)	۳ ح س ط — ۳ ح س — ح ط — ۱
(۶)	ح د + ۲ س ر — ۲ ط	(۱۳)	$س^{۲}$ + ۳ $ط^{۲}$
(۷)	س ط — ۲ ح س + ۲ ح	(۱۴)	۲ ح د — ۲ $ح^{۲}$ — ۲ $د^{۲}$
(۸)	۲ $د^{۲}$	(۱۵)	۲ $ح^{۲}$ س + ۳ ح $ط^{۲}$ + ۲ $ط^{۲}$
(۹)	د ر + ۵ $د^{۲}$ + ۵ $ر^{۲}$	(۱۶)	۲ د ر + ح — ۱
(۱۰)	م ن + ۴ م — ۴ ن	(۱۷)	$\frac{۱}{۴}$ ح د — د ر + ۱
(۱۱)	د ر + ۳ د م	(۱۸)	$\frac{۱}{۲}$ ح + $\frac{۳}{۲}$ س — $\frac{۱}{۲}$ ط

۵ ضرب کے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	ح د ر س	(۷)	— ۳ $د^{۲}$ ر + ۲ $د^{۲}$ $ر^{۲}$ — ۶ د ر
(۲)	— ۳ ع م ن	(۸)	— ۳ ن + ۶ ح د ن — ۹ س $د^{۲}$ ن
(۳)	۳ م + ۳ ن — ۳ ع	(۹)	— ۴ ح د س + ۲ ح د ط — ۱۰ د س ف
(۴)	ح د ع + س $د^{۲}$ ع	(۱۰)	۱۴ $د^{۲}$ ر — ۲۱ د
(۵)	۲ $ح^{۲}$ ف + ۴ ح س ف	(۱۱)	۴ ح $د^{۲}$ ر ص + ۲ $د^{۲}$ ر س ص — ۲ د ر ص $ط^{۲}$
(۶)	۴ $ح^{۳}$ د — ۲ $ح^{۲}$ $د^{۲}$ ر	(۱۲)	۲ $ح^{۲}$ ر س — د ر $س^{۲}$ + ر س ف

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۷)	۷م — ۱	(۱۹)	۲ + ۵ح
(۸)	۴در + ۴د	(۲۰)	۲ح + ۶ط
(۹)	ع — ۲ل + ۸	(۲۱)	۳ص — ۲ر
(۱۰)	۶ح س — س ط	(۲۲)	$۳ح^{۲}$ + ح س — $۲س^{۲}$
(۱۱)	م ن + م — ن + ۱	(۲۳)	۶ — ۵د
(۱۲)	۳ح د + ۲س ر	(۲۴)	۲ح ط + ۲س ف
(۱۳)	۵ح — ۵س + ۵ط	(۲۵)	۲ح د — ۲س ر
(۱۴)	۴در — د — ۴	(۲۶)	$۲د^{۳}$ + $۲ح^{۳}$
(۱۵)	۳ل — ۲ع + ع ل	(۲۷)	$ح^{۲}$ + $س^{۲}$ + $ط^{۲}$
(۱۶)	$۲ع^{۲}$ + $۲ل^{۲}$	(۲۸)	$د^{۲}$ + در + $ر^{۳}$ + م د + ن ر
(۱۷)	۸ح س + ح ط — ۱	(۲۹)	$۵در^{۲}$ — ۳ح در — $ح^{۲}د$ + $د^{۳}$
(۱۸)	۴د + ۳ر	(۳۰)	$\frac{۳}{۴}$ح ف + $\frac{۳}{۴}$س ف — ط ف + $\frac{۳}{۴}$ح س — ح ط

۴ تفریق کے سوالوں کے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	ح — س + د	(۳)	۵ح — ۳ط
(۲)	۳س — ۲ط	(۴)	۸ح — ۷س

۲ حدود کے باب مین دوسری سوالونکے جواب

نمبر سوال	نمبر جواب	نمبر سوال	نمبر جواب
(۱)	۱۸	(۹)	۲
(۲)	۰	(۱۰)	۶
(۳)	۱۱۴	(۱۱)	۲۵
(۴)	۶۵۷	(۱۲)	۱
(۵)	۰	(۱۳)	۳م + ۶ن — ۴ع
(۶)	۴۹ $\frac{1}{9}$	(۱۴)	۴
(۷)	۲۳	(۱۵)	۲
(۸)	م + ۱۸ن — ۶۴ع	(۱۶)	۱

۳ جمع کے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۲ح + ۲س	(۴)	۲ح
(۲)	۲ح	(۵)	۲ح + ۲ط
(۳)	۲ح — ۲س	(۶)	۱ + م + ن

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۵)	۰ — ۰	(۱۶)	۲ ب۲ س ب ۳ س ب ۲
(۶)	۱ — ۱		۲ د ب ع ب س د ر
(۷)	۱ — ۱	(۱۷)	۵
(۸)	۳۵ — ۳۵	(۱۸)	۱۱
(۹)	۲۷	(۱۹)	۱۲
(۱۰)	۴۴	(۲۰)	۷
(۱۱)		(۲۱)	۳۰
(۱۲)	۲۵ — ۲۵	(۲۲)	۱۰
(۱۳)	۳ ح	(۲۳)	۹
(۱۴)	۷ ح س	(۲۴)	۳
(۱۵)	۶ ح	(۲۵)	۱
		(۲۶)	۲۳
		(۲۷)	۱۴
		(۲۸)	۱ ½
		(۲۹)	۳
		(۳۰)	۲ + ن — ع

گانون سے کتنی دور پر ملیگا

(۲۳) ایک حوض مین ۳ موریون کی راہ ہوکر ۲۰ پل کے عرصہ مین ۸۲۰ من پانی بھر جاتا ہے اور ایک پل مین تیسری موری کی راہ ہوکر جسقدر پانی آتا ہے اوس سے پہلی موری مین ہوکر ۵ من پانی کم ہر پل مین آتا ہے اور دوسری موری مین ہوکر ہر پل مین ۷ من پانی زیادہ آتا ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک موری کی راہ ہوکر ہر پل مین کس قدر پانی گرتا ہے

(۲۴) ایک مرد اور لڑکے نے ایک کھیت کاٹنے کا ۲۱ آنہ کا اجارہ لیا مگر جب کل کام مین سے دو پانچوین حصہ کام ہوگیا تب لڑکا بیٹھ رہا اور اوس مرد نے تنہا کام تمام کیا اور جتنے دنو نمین وے ملکر کام کرتے اونسے $1\frac{1}{2}$ دن زیادہ لگا اور لڑکا آدمی سے آدھا کام کرتا تھا اسلیے لڑکے کو مرد سے آدھی مزدوری ملتی تو بتلاؤ کہ دونون کو کیا روزمرہ ملتا ہوگا

۱ حدود کے باب مین پہلے سوالونکے جواب

نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب	نمبر سوال	جواب
(۱)	۱۱	(۲)	۳	(۳)	۵
(۴)	۹				

نصف حصے کو ۴ پر تقسیم کرو اور دوسرے نصف حصہ کو ۶ پر
اور دونون خارج قسمتون کو جمع کر حاصل جمع بتلاؤ تو اوس
طالب علم نے دفعۃً جواب نکالنے کے کل عدد کو ۲ پر تقسیم کیا مگر
اس خارج قسمت سے جواب صحیح بہ مقدار دو کے بڑا ہے تو بتلاؤ
کہ وہ کونسا عدد ہے

(۲۰) بارہ بجے کے بعد گھنٹے کی سوئی منٹ کی سوئی کے
عین مقابل ہے تو بتلاؤ کہ ۱۲ پر کتنے منٹ گذر چکے ہین

(۲۱) ایک شخص کے پاس گھڑی تھی اوس سے جب مین نے
پوچھا کہ کے بجے ہین تب اوسنے میرے امتحان کرنیکے
لیے جواب دیا کہ ۵ اور ۶ بجے کے درمیان وقت
ہے اور گھنٹے اور منٹ کی سوئی ایک جگہ پر ہین تو
بتلاؤ کہ ۵ پر کتنے منٹ گذرے ہونگے

(۲۲) ایک آدمی کو ضروری کام کے لیے ۸ کوس کے فاصلے پر
جوگا نو تھا وہان کسی نے بھیجا مگر اوس سے کچھ کہنا باقی
رہ گیا تھا اسواسطے اوسے لوٹانے کے لیے ایک گھڑی
بعد دوسرے آدمی کو بھیجا اور پہلا آدمی اس انداز پر چلتا
تھا کہ وہ ۱ گھڑی مین ۴ کوس پہونچ جاتا اور دوسرا آدمی ۱ گھڑی
مین ½ ۴ کوس پہونچتا تو بتلاؤ کہ پہلا آدمی دوسرے آدمی کو

(۱۵) ایک شخص کے دو بیٹے ہین بڑا بیٹا چھوٹے بیٹے سے عمر مین ایک برس بڑا ہے اور دونون لڑکون کی عمر کا مجموعہ باپ کی عمر کے برابر ہے اور اگر باپ کی عمر مین بڑے بیٹے کی چوتھائی عمر جوڑدی جاوے تو اوسکی عمر ۸۰ برس کی ہوجاوے پس بتلاؤ کہ ہر ایک کی کیا عمر ہوگی

(۱۶) ایک مرد اور عورت کی عمر ملکر ۸۰ برس کی ہے ۲۰ برس کی پیشتر عورت کی عمر مرد کی عمر کے دو ثلث کے برابر تھی تو بتلاؤ کہ ہر ایک کی کیا عمر ہے

(۱۷) ایک ایسی کسر ہے کہ اوسکا نسب نما شمار کنندہ سے بہ مقدار ایک کے بڑا ہے اور اگر شمار کنندے مین سے ایک کم کرین اور سب نسب نما مین ایک جوڑدین تو کسر $\frac{1}{2}$ کے برابر ہوجاوے پس بتلاؤ کہ پہلی کسر کونسی ہے

(۱۸) ایک ایسی کسر ہے کہ اوسکا شمار کنندہ نسب نما سے بمقدار دو کے چھوٹا ہے اور اگر شمار کنندے مین سے ایک گھٹا دین اور نسب نما مین شمار کنندے کو جوڑدین تو کسر $\frac{1}{4}$ کے برابر ہوجاتی ہے پس بتلاؤ کہ پہلی کسر کونسی ہے

(۱۹) کسی اہ شاد نے ایک طالب علم سے پوچھا کہ ایک عدد کے

اور اسیطرح سوم لڑکے کو چہارم لڑکے سے ایک روپیہ زیادہ ملے

(۱۰) ایک رسّی جو ۳۳ ہاتھ لنبی ہے اوسکے ایسے ۴ ٹکڑے کرو کہ پہلے ٹکڑے سے دوسرا ٹکڑا + ۱ ہاتھ بڑا ہو اور دوسرے ٹکڑے سے تیسرا ٹکڑا + ۲ ہاتھ بڑا ہو اور تیسرے ٹکڑے سے چوتھا ٹکڑا + ۳ ہاتھ بڑا ہو

(۱۱) مین صرّاف کی دکان پر ۱۰ روپیے کی اٹھّنیان اور چوانیان بھنانے گیا اور مین نے کہا کہ مجھے اٹھّنیون سے چوانیان رونی دے تو بتلاؤ کہ وہ مجھکو کتنی اٹھّنیان اور چوانیان دیگا

(۱۲) برابر دو اٹھّنیان برابر چوانیان برابر اٹھّنیان اور برابر روپیے ملکر ۱۵ روپیے کی مالیت ہوتی ہے تو بتلاؤ کہ دو اٹھّنیان چوانیان وغیرہ کتنی کتنی ہین

(۱۳) میرے پاس جتنے روپیے ہین اون سے پانچ گُنی اٹھّنیان اور کل ۲۸ روپیے ہین تو بتلاؤ کہ میرے پاس کتنے روپیے اور کتنی اٹھّنیان ہین

(۱۴) باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے چوگنی ہے مگر ۳ برس کے پیشتر باپ کی عمر لڑکے کی عمر سے ۷ گنی تھی تو بتلاؤ کہ اب ہر ایک کی کیا عمر ہے

تو حاصل جمع ۲۰ کے برابر ہو

(۳) وہ کونسا عدد ہے کہ اوسکے نصف اور تیسرے حصہ مین ۳ کا تفاوت ہے

(۴) وہ کونسا عدد ہے کہ اوسکا چوتھا حصہ پانچوین حصہ سے بمقدار ۳ کے بڑا ہے

(۵) ایک عدد ایسا ہے کہ اوسمین سے ۶ گھٹا کر باقی کو ۶ مین ضرب دیکر حاصل ضرب نکال لو اور اوس عدد مذکور مین سے ۴ گھٹا کر باقی کو ۴ مین ضرب دو تو یہہ حاصل ضرب پہلے حاصل ضرب کے برابر ہو جاتا ہے بتلاؤ کہ ایسا عدد کونسا ہے

(۶) ۴۰ کے دو ایسے حصے کرو کہ اگر بڑے حصے کے پانچوین حصے مین سے چھوٹے حصے کے دسوین حصے کو گھٹا دین تو ۵ باقی رہین

(۷) ۲۵ کے ایسے دو حصے کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصے کے تین ربع حصے کے برابر ہو

(۸) دو ایسے عدد دریافت کرو کہ اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد پر تقسیم کرو تو ۷ خارج قسمت حاصل ہو اور اگر بڑے عدد مین سے چھوٹے عدد کو گھٹا دین تو بھی ۷ ہی باقی رہے ہین

(۹) ۴ لڑکون کے درمیان انعام کے ۲۰ روپیون کو اسطرح پر تقسیم کرو کہ اول لڑکے کو بہ نسبت دوم لڑکے کے ایک روپیہ اور دوم لڑکے کو بہ نسبت سوم لڑکے کے ایک روپیہ زیادہ ملے

$\therefore \frac{19250}{د} + 10500\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{د}\right) = 4160$

$\frac{19250}{د} + \frac{10500}{4} - \frac{10500}{د} = 4160$

$\frac{19250}{د} + 2625 - \frac{10500}{د} = 4160$

دین ضرب دیا تو $19250 + 2625 د - 10500 = 4160 د$

انتقال اور جمع کرنے سے $1535 د = 8750$

$\therefore د = \frac{8750}{1535} = \frac{1750}{307}$ اس کسر کے ۰۰۳ نسب نما کے بجائے تقریبی قیمت معلوم کرنے کے لیے ۳۰۰ لکھا

تو $د = \frac{1750}{300} = \frac{175}{30} = \frac{35}{6}$

$\therefore \frac{1}{د} = \frac{6}{35} = \frac{4 \times 6}{4 \times 35} = \frac{24}{140}$ یہہ سونے کی مقدار ہوئی

اور $\frac{1}{4} - \frac{1}{د} = \frac{1}{4} - \frac{6}{35} = \frac{11}{140}$ یہہ چاندی کی مقدار ہوئی اسلیے اگر کل مکعب فٹ کے ۱۴۰ برابر حصے کیے جاوین تو مکعب فٹ کے چوتھے حصے مین ۲۴ حصہ سونا ہوگا اور ۱۱ حصہ چاندی

کیونکہ $24 + 11 = 35$ اور $4 \times 35 = 140$

۱۵ سوالات

(۱) وہ کونسا عدد ہے کہ جسمین اسکا نصف جوڑ دیوین تو حاصل جمع ۲۴ کے برابر ہو

(۲) وہ کونسا عدد ہے کہ اگر اوسمین اوسکے دو ثلث کو جوڑ دیوین

تول مین ہوگا اور زرگر کے پاس جو ½ مکعب فٹ سونا ہے وہ
۲۶۰ پونڈ تول مین ہے اس باعث سے وہ خالص سونا نہین ہے
ایک مکعب فٹ چاندی بہ نسبت ایک مکعب فٹ پانی کے وزن مین
½ ۱۰ گنی ہوتی ہے یعنی ½ ۱۰ × ۱۰۰۰ اُونس یا ۱۰۵۰۰ اونس
وزن مین ہوتی ہے اسلیے ½ مکعب فٹ چاندی ۲۶۲۵ اونس
یا ۱۶۴ پونڈ اور ایک اُونس وزن ہوگی اور زرگر کے پاس
جو ½ مکعب فٹ سونا ہے وہ ۲۶۰ پونڈ تول مین ہے
اس باعث سے بہ نسبت چاندی کے وہ زیادہ بھاری ہے اور
بہ نسبت خالص سونے کے ہلکا اسلیے اوس سونے مین چاندی
اور سونا دونون ملے ہین

فرض کرو کہ ایک مکعب فٹ مین ⅓ حصہ سونا ہے تو ½ — ⅓
حصہ چاندی ہوگی اور اوپر ذکر ہو چکا ہے کہ ایک فٹ سونا
۱۹۲۵۰ اُونس وزن مین ہوتا ہے اسلیے ایک مکعب فٹ کا ⅓ حصہ
سونا $\frac{19250}{3}$ اُونس تول مین ہوگا اور اسی طرح
(½ — ⅓) حصہ چاندی ۱۰۵۰۰ (½ — ⅓) اُونس
وزن مین ہوگی

مگر موافق سوال کے چاندی اور سونا دونون کا وزن مل کر
۲۶۰ پونڈ یا ۴۱۶۰ اُونس ہین

اور بموجب سوال کے روشنی اور آواز کے پہونچنے مین ۱۰½
ثانیہ کا تفاوت ہے

$$\therefore \frac{د \times ۱۷۶۰ \times ۳}{۱۰۹۰} - \frac{د}{۱۹۲۰۰۰} = ۱۰\frac{۱}{۲}$$

$$\text{یا } \frac{۳ \times ۱۷۶۰ \times ۱۹۲۰۰۰ - ۱۰۹۰}{۱۹۲۰۰۰ \times ۱۰۹۰} \times د = ۱۰\frac{۱}{۲}$$

$$\therefore د = \frac{۱۰\frac{۱}{۲} \times ۱۹۲۰۰۰ \times ۱۰۹۰}{۳ \times ۱۷۶۰ \times ۱۹۲۰۰۰ - ۱۰۹۰} = \frac{۱۶۹۹۲۲۱۸}{۱۰۱۳۷۵۸۹۱} \text{ ۲ میل}$$

(۲۰) سونے کا وزن مخصوص ۱۹¼ ہے اور چاندی کا وزن مخصوص ۱۰½ ہے اور ایک زرگر کے پاس مکعب فٹ کے چوتھے حصے کے برابر سونا ۲۶۰ پونڈ یا ۱۳۰ سیر ہے تو بتلاؤ کہ وہ خالص سونا ہے یا اوسمین کچھ چاندی ملی ہے اور جو چاندی ملی ہے تو بتلاؤ کہ اوسمین کسقدر چاندی اور کسقدر سونا ہے مکعب فٹ کے معنی ہین ایک فٹ لنبا ایک فٹ چوڑا اور ایک فٹ گہرا اور ۱۶ اونس کا ایک پونڈ ہوتا ہے ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس یا ۵۰۰ چھٹانک ہوتا ہے اور سونا پانی سے ۱۹¼ گنا بھاری ہوتا ہے اسلیے ایک مکعب فٹ سونا بہ نسبت ایک مکعب فٹ پانی کے ۱۹¼ گنا بھاری ہوگا یعنے ۱۹¼ × ۱۰۰۰ اونس یا ۱۹۲۵۰ اونس تول مین ہوگا اور ¼ مکعب فٹ سونا ۴۸۱۲½ اونس یا ۳۰۰ پونڈ اور ½ ۱۲ اونس

(۱۹) ایک شخص کا شہر اونچے پر تھا اوسنے بندوق چھوٹنے کا کچھ دور پر اوجیالا دیکھا اور اوسکے $\frac{1}{2}$ ۱۰ سیکنڈ یعنی ثانیہ بعد بندوق چھوٹی تو بتاؤ کہ اوس شخص سے کتنی دور پر بندوق کی آواز ہوئی اور فرض کرو کہ اوجیالا ایک ثانیہ مین ۱۹۲۰۰۰ میل چلتا ہے اور آواز ۱۰۹۰ فٹ ایک ثانیہ مین پہونچتی ہے

فرض کرو کہ اوس شخص سے د دوری پر بندوق چھوٹی اور اوجیالا بندوق سے جتنے ثانیہ مین آدمی تک پہونچا اوسکی مقدار بموجب قاعدہ اربعہ تناسب کے نکالتے ہین

میل	میل	ثانیہ	ثانیہ
۱۹۲۰۰۰	: د	:: ۱	: $\frac{د}{۱۹۲۰۰۰}$

۱۷۶۰×۳ یا ۵۲۸۰ فٹ کا ایک میل بنتا ہے

بندوق سے آواز نکلکر جتنے ثانیہ مین آدمی تک پہونچی اوسکی تعداد کو قاعدہ اربعہ تناسب سے نکالتے ہین

چونکہ د میل = ۱۷۶۰×۳×د فٹ

فٹ	میل	ثانیہ	ثانیہ
۱۰۹۰	: د	:: ۱	: $\frac{د}{۱۰۹۰}$

فٹ	فٹ	ثانیہ	ثانیہ
یا ۱۰۹۰ :	۱۷۶۰×۳×د	:: ۱	: $\frac{۱۷۶۰×۳×د}{۱۰۹۰}$

مگر بموجب زوال کے پانی ملے دودھ کا وزن مخصوص ۱٫۰۲۶۲۵ ہے
یا پانی ملے دودھ کا وزن خالص پانی کے وزن سے ۱٫۰۲۶۲۵ گنا ہے
اسلیے پانی ملے دودھ (د + ۱) سیر کے وزن سے ۱٫۰۲۶۲۵ گنا ہے یعنی
(د+۱) سیر پانی ملے دودھ کا وزن
= ۱٫۰۲۶۲۵ × (د+۱) سیر خالص پانی کا وزن
= ۱٫۰۲۶۲۵ × (د+۱) × ۱ سیر پانی کا وزن ∴ د+۱ سیر پانی
= (د+۱) دفعہ ایک سیر پانی
یا (د+۱) × ۱ سیر پانی اور آگے ذکر ہو چکا ہے کہ د+۱ سیر پانی ملے
دودھ کا وزن = (۱+۱٫۰۳ × د) × ۱ سیر پانی کا وزن
∴ (۱+۱٫۰۳ × د) × ۱ سیر پانی کا وزن = ۱٫۰۲۶۲۵ × د + ۱ × ۱
سیر پانی کا وزن
ایک سیر پانی کے وزن پر تقسیم کرنے سے
۱+۱٫۰۳ × د = ۱٫۰۲۶۲۵ (د+۱)
منتقل کرنے سے (۱٫۰۳ − ۱٫۰۲۶۲۵) د = ۱٫۰۲۶۲۵ − ۱
یا ۰٫۰۰۳۷۵ د = ۰٫۰۲۶۲۵
$$\therefore د = \frac{۰٫۰۲۶۲۵}{۰٫۰۰۳۷۵} = ۷$$
اس سے دریافت ہوتا ہے کہ ۷ سیر دودھ میں ایک سیر پانی ملا ہے اسلیے
اس دودھ میں آٹھوان حصہ پانی ملا ہے

جسقدر پانی سماوے اوسکے وزن سے چیز کا جے گنا وزن ہووے اوس چیز کا وزن مخصوص بولتے ہین مثلاً چاندی کا وزن مخصوص ۱۰٫۵ یا ۱۰ ÷ ۱ اسکے یہہ معنی ہین کہ جتنی جگہہ مین کچھہ چاندی سماتی ہو اوسمین جسقدر پانی سماوے اوسکے ۱۰ گنے وزن کی برابر چاندی کا وزن ہوتا ہے اسیطرح دودہ کا ۱٫۰۳ جو وزن مخصوص سوال مذکور مین لکھا ہے اوسکے بھی یہی معنی ہین کہ جتنی جگہہ مین کچھہ دودھ سماتا ہو اوسیقدر جگہہ مین جو پانی بھر دیا جاوے تو اوسکے بوجھہ سے دودہ کا وزن ۱٫۰۳ گنا ہوگا فرض کرو کہ د سیر دودھ مین ایک سیر پانی ملا ہے تو خالص د سیر دودہ کا وزن د سیر پانی کے ۱٫۰۳ گنے وزن کے برابر ہوگا

یا خالص د سیر دودھ کا وزن = ۱٫۰۳ گنے د سیر پانی کے وزن کے

= ۱٫۰۳ × د × ۱ سیر پانی کا بوجھہ

∴ د سیر = د گنا ایک سیر یا د × ۱ سیر

اسلیے د سیر دودھ مین ایک سیر پانی ملایا تو

د سیر دودھ اور ایک سیر پانی کا وزن یا

(د+۱) سیر پانی ملے دودھ کا وزن = ۱٫۰۳ × د × ۱ سیر پانی کا وزن

+ ۱ سیر پانی کا وزن

= (۱+۱٫۰۳ × د) × ۱ سیر پانی کا وزن

بھاری بوجھ کی جو ٹیک سے د دوری ہے اس سے بوجھ کی مقدار ۵۵۲ سیر کو ضرب دو تو حاصلضرب لٹھ کے ایک طرف جو بھاری بوجھ کا دباؤ ہوگا اوسکا مقدار ہوگا مثلاً ۵۵۲ × د اسیطرح دوسری طرف جو ہلکے بوجھ کا دباؤ ہوگا اوسکی مقدار ۲۴ (۶ — د) ہوگی اور جب لٹھ کے دونون طرف برابر دباؤ ہوگا تو لٹھ ٹیک پر برابر ٹھہرا رہیگا اس باعث سے ۵۵۲ د = ۲۴ (۶ — د)

= ۱۴۴ — ۲۴ د

انتقال کرنے سے ۵۷۶ د = ۱۴۴

∴ د = $\frac{۱۴۴}{۵۷۶}$ = $\frac{۱}{۴}$ ہاتھ = ۲ گرہ

اسلیے اگر ٹیک بڑے بوجھ سے ۲ گرہ پر لگائی جاوے تو دونون بوجھ دونون طرف تلے رہینگے اس باعث سے اگر ٹیک کو بھاری بوجھ کیطرف ہٹاکر رکھو تو بھاری بوجھ اوٹھ جائیگا سبب یہ ہے کہ چھوٹے بوجھ کا جھکاو زیادہ ہوجاتا ہے یہہ بھی یاد رکھنا چاہیے کہ اس سوال مین لٹھ یا ڈنڈی کا وزن محسوب نہین ورنہ ٹیک کا یہ مقام بدل جاتا بھاری بوجھ سے دو گرہ پر نہ ہتا

(۱۸) خالص دودھ کا وزن مخصوص ۱۰۳۰ ر ہے اور پانی ملے دودھ کا وزن مخصوص ۱۰۲۲۵ ر ہے تو بتلاؤ کہ دودھ مین کسقدر پانی ملا ہے حد جتنی جگہہ مین ایک چیز سماتی ہے اوتنی جگہہ مین

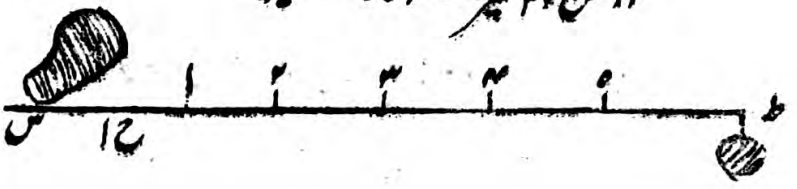
اور ۶ ہاتھ لمبا ایک مضبوط لٹھ ہے تو بتلاؤ کہ بھاری پتھر سے
کتنی دور پر روک لگا دین جسپر لٹھ کو رکھکر اوسکے ایک
سرے کو بھاری پتھر کے تلے دباکر دوسرے سرے مین ہلکا
پتھر لٹکا دین تاکہ بھاری پتھر اوپر کو اٹھ جاوے

علم جر ثقیل مین یہہ بات ثابت ہو چکی ہے کہ اگر ڈنڈی کا ایک
سرا بوجھ یا زور سے دبایا جاوے تو ڈنڈی جس پر ٹکی ہوگی
اوس روک پر سے دوسرا سرا اوٹھ جائیگا یعنے اسکا ایک
سرا تلے کو جھک جاویگا دوسرا اوپر کو اونچا ہو جاویگا اور
روک سے جتنی دوری پر بوجھ یا زور لگا ہوتا ہے اوس دوری
کو بوجھ یا زور کی مقدار مین ضرب دین تو حاصل ضرب ڈنڈی
مذکور پر جو بوجھ کا دباؤ ہوتا ہے اسکا اندازہ ہوگا

فرض کرو کہ س ط لٹھ ہے اور ح روک یا ٹیک اور س سرے
پر جو بھاری بوجھ ہے اوسکے اوٹھانیکے لیے ط سرے پر ہلکا بوجھ
لٹکایا گیا ہے اور فرض کرو کہ س ح = ق ہاتھ

تو ح ط = ۶ − ق ہاتھ

۱۳ من ۳۴ سیر = ۵۵۲ سیر



اربعہ متناسبہ کے

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۱ : د :: ۱ : $\frac{د}{۱}$ اسقدر وقت

آگرہ کی ڈاک کو د کوس چلنے مین لگیگا

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۳۰ : (۳۰ — د) :: ۷ : ۷ ($\frac{۳۰ — د}{۳۰}$) اسقدر وقت کول

کی ڈاک کو (۳۰ — د) کوس چلنے مین لگیگا اور کول کی ڈاک

آگرہ کی ڈاک سے ایک گھنٹے کے بعد چلی ہے اسلیے کول کی

ڈاک کے وقت مین ایک گھنٹہ اور شامل کرین تو حاصل جمع برابر

ہوگا آگرہ کی ڈاک کے وقت کے

$$۱۰ \frac{د}{۱} = ۷ \frac{(۳۰ — د)}{۳۰} + ۱$$

$$= \frac{۳۰ + (۳۰ — د)}{۳۰} ۷$$

۳۰ مین ضرب دینے سے ۱۰ د = ۷ (۳۰ — د) + ۳۰

= ۲۱۰ — ۷ د + ۳۰

منتقل کرنے سے ۱۷ د = ۲۴۰

۱۷ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۲۴۰}{۱۷}$ = ۱۸ $\frac{۶}{۱۷}$ کوس پر

آگرہ سے دونون ڈاک ملینگی

(۱۷) ایک تجھر وزن مین ۱۳ من ۳۲ سیر ہے اور دوسرا تجھر ۱۴ سیر

یعنی ۱۲ گنی جگہہ مین چلتی ہے

∴ ۱۲ د — ۱۲ (د — ۵)

= ۱۲ د — ۶۰

۱۱ د = ۶۰

∴ د = $\frac{۶۰}{۱۱}$ = $\frac{۵}{۱۱}$ ۵ منٹ

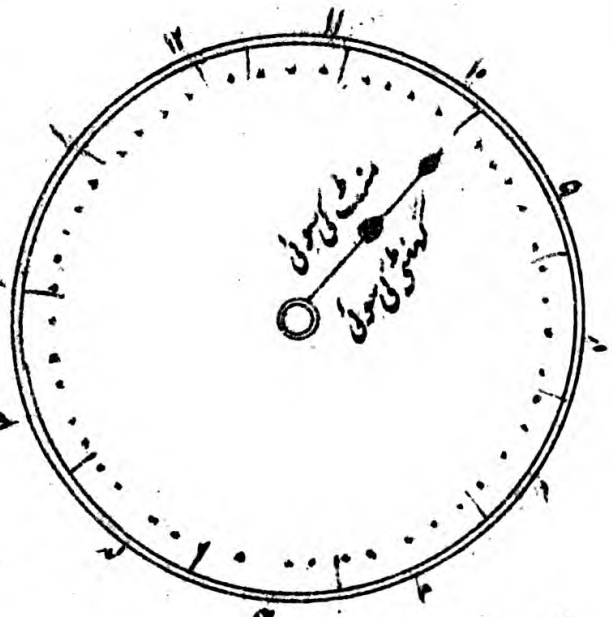
اس سبب سے ایک بجے کے $\frac{۵}{۱۱}$ ۵ منٹ بعد گھنٹہ اور منٹ کی سوئیان ملجاتی ہین

(۱۶) آگرہ سے کول ۳۰ کوس کے فاصلہ پر ہے اور ایک گھوڑے کی ڈاک آگرہ سے چلکر کول مین ۶ گھنٹے مین پہونچی اور جسوقت آگرہ کی ڈاک چلی اوسوقت سے ایک گھنٹہ کے بعد کول کی ڈاک چلی اور وہ آگرہ مین ۷ گھنٹے مین آپہونچی تو بتلاؤ کہ وے دونون ڈاک آگرہ سے کتنی دور پر ٹہرک مین ملی ہونگی

فرض کرو کہ دونون ڈاکین آگرہ سے د کوس پر ملتی ہین تو اوس ملنے کی جگہہ سے کول (۳۰ — د) کوس دور رہجاویگی آگرہ کی ڈاک ۶ گھنٹے مین ۳۰ کوس کول تک جاتی ہے اسلیے وہ ڈاک ایک گھنٹے مین $\frac{۳۰}{۶}$ یا ۵ کوس چلتی ہوگی اسیطرح کول کی ڈاک ایک گھنٹے مین $\frac{۳۰}{۷}$ کوس چلیگی بموجب قاعدہ

$\frac{۶۰}{۱۲}$ یا ۵ چھوٹے حصے ہوتے ہین اسلیے منٹ کی سوئی ایک گھنٹہ یا
۶۰ منٹ مین ۶۰ چھوٹے حصون مین گھوم جاتی ہے اور گھنٹے کی
سوئی ایک گھنٹہ مین فقط ۵ حصونمین گھومتی ہے اسلیے منٹ
کی سوئی بہ نسبت گھنٹے کی سوئی کے ۱۲ گنی جلد چلتی ہے اور ہر
گھنٹے مین گھنٹے کی سوئی اور منٹ کی سوئی ایک دفعہ ملجاتی
ہین سبب یہہ ہے کہ منٹ کی سوئی کو چوگرد گھومنے مین گھنٹے کی
سوئی کہین نہ کہین چلتی ضرور ملتی ہوگی اور منٹ کی سوئی ہر ایک
گھنٹے کے آخر مین پھر پھرا کر ۱۲ کے نشان پر آجاتی ہے اس
باعث سے جب گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے نشان پر ہوگی تو
منٹ کی سوئی ۱۲ کے نشان پر ہوگی اسلیے دونون سوئیون کے
بیچمین ۵ چھوٹے حصے ہونگے اسیطرح جب گھنٹے کی سوئی ۲ گھنٹے کے
نشان پر ہوگی تو دونون سوئیونکے بیچمین ۱۰ چھوٹے حصے ہونگے
اور علے ہذا القیاس فرض کرو کہ ایک بجے کے بعد منٹ کی سوئی
۱۲ کے نشان سے د منٹ تک گھومی ہے تو وہ ضرور چھوٹے د
حصون مین گھومی ہوگی اور ۱۲ کے نشان سے ایک گھنٹے کے نشان
تک ۵ چھوٹے حصون کا فاصلہ ہوتا ہے اسلیے (د — ۵) جگہہ
گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے نشان سے چلیگی اور اول یہہ ذکر
ہو چکا ہے کہ گھنٹے کی سوئی کی بہ نسبت منٹ کی سوئی ۱۲ گنی جلد

کی سوئیان ایک جگہہ پر ہین تو بتلاؤ کہ ٹھیک وقت کیا ہے گھڑی
مین دائرہ کے محیط کے برابر ۶۰ حصے ہوتے ہین اور جو سوئی جتنے
وقت مین محیط کے ویسے ایک حصے مین چل جاتی ہے اوتنے وقت
کو منٹ یا ۲½ پل بولتے ہین اس باعث سے اس سوئی کو منٹ
کی سوئی کہتے ہین اور وہ سوئی جتنے وقت مین ۱۲ کے نشان
سے چلکر ۶۰ حصون مین پھر کر پھر اوسی ۱۲ کے نشان پر آجاتی
ہے اوتنے وقت کو ایک گھنٹہ یا ۲½ گھڑی کہتے ہین مگر گھنٹہ بتلانے
کے لیے ایک اور سوئی رہتی ہے اوسے گھنٹے کی سوئی بولتے
ہین یہہ سوئی ۱۲ کے
نشان سے ۱۲ کے
نشان تک ۱۲ گھنٹے
مین پھر کر آجاتی ہے
اسلیے محیط کے علیحدہ
۱۲ بڑے حصے ہوتے
ہین اونمین سے
ایک حصہ مین



گھنٹے کی سوئی ایک گھنٹے کے عرصے مین پھر جاتی ہے اور اوسی محیط
کے چھوٹے چھوٹے ۶۰ حصے ہوتے ہین اسلیے ایک بڑے حصے مین

موریون مین ہوکر پانی آوے تو حوض کتنی گھڑی مین بھر جاویگا
فرض کرو کہ د گھڑی مطلوبہ ہین
پہلی موری کی راہ ہوکر ۵ گھڑی مین تمام حوض بھر جاتا ہے
اسلیے ایک گھڑی مین اوسی موری کی راہ ہوکر سب پانی
کا $\frac{1}{5}$ حصہ حوض مین آجاویگا اور دوسری موری کی راہ ہوکر
۶ گھڑی مین سب پانی بھر جاتا ہے اسلیے ایک گھڑی مین اوسی
موری کی راہ ہوکر سب پانی کا $\frac{1}{6}$ حصہ حوض مین آجاویگا اسیطرح
تیسری موری کی راہ ہوکر ایک گھڑی مین سب پانی کا $\frac{1}{10}$ حصہ
حوض مین آجاویگا اس باعث سے جب تینون موریان
ایک ساتھ جاری ہونگی تو ایک گھڑی مین سب پانی کا $(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10})$
حصہ حوض مین آجاویگا مگر تینون موریون کی راہ ہوکر د گھڑی
مین سب پانی بھر جاتا ہے اسلیے ایک گھڑی مین تینون موریون
کی راہ ہوکر سب پانی $\frac{1}{د}$ حصہ حوض مین آجاویگا

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}=\frac{1}{د}$$

$$\frac{6+5+3}{30} \text{ یا } \frac{14}{30}=\frac{1}{د}$$

$$\therefore د=\frac{30}{14}=2\frac{1}{7} \text{ گھڑی}$$

(۱۵) ایک طالب علم نے اپنے اوستاد سے پوچھا کہ کے بجے ہین اوستاد
نے جواب دیا کہ ۱ اور ۲ بجے کے بیچمین وقت ہے اور گھنٹے اور منٹ

۱۸۴۸ — د = بادشاہزادی کی عمر

کیونکہ جس سن تک کی عمر نکالنی ہوتی ہے اوس سن مین سے پیدایش کے سن کو گھٹاؤ تو حاصل تفریق عمر مطلوبہ کے برابر ہوگا

اور ۱۸۴۸ — (د+۱) = بادشاہزادہ کی عمر

اور شادی کے پیشتر بادشاہزادہ کی عمر = ۱۸۳۹ — (د+۱)

اسلیے بموجب سوال کے

۱۸۴۸ — د + ۱۸۴۸ — (د+۱) = ۳ } ۱۸۳۹ — (د+۱)

} یا ۱۸۴۸ — د + ۱۸۴۸ — د — ۱ = ۵۵۱۷ — ۳ د — ۳

منتقل کرنے سے ۳ د — ۲ د = ۵۵۱۷ — ۳ + ۱ — ۱۸۴۸ — ۱۸۴۸

جمع کرنے سے د = ۵۵۱۸ — ۳۶۹۹ = ۱۸۱۹ یہہ بادشاہزادی کی پیدایش کا سن ہوا اور د+۱ = ۱۸۲۰ یہہ بادشاہزادہ کی پیدایش کا سن ہوا

(۱۴) ایک حوض مین ایسی موریان ہین کہ اگر اون مین سے ایک موری کی راہ ہوکر پانی آوے تو حوض ۵ گھڑی کے عرصہ مین بھر جاوے اگر دوسری موری کی راہ ہوکر پانی آوے تو حوض ۶ گھڑی مین بھر جاوے اور تیسری موری کی راہ ہوکر پانی آوے تو حوض ۱۰ گھڑی مین بھر جاوے تو بتلاؤ کہ اگر ساتھہ تینون

کاٹتا ہے اگر مرد اور لڑکا دونون ملکر ایک کھیت کو کاٹین تو وے
کتنے دنمین تمام اناج کاٹ لیونگے

فرض کرو کہ وے دونون د دن مین کاٹ لیونگے اور مرد تنہا
تمام اناج کو ۵ دنمین کاٹ لیتا ہے اسلیے وہ ایک دنمین کل
اناج کا $\frac{1}{5}$ حصہ کاٹ لیویگا اسی طرح اکیلا لڑکا ایک دن مین
تمام اناج کا $\frac{1}{6}$ حصہ کاٹ لیویگا اس باعث سے مرد اور لڑکا دونون
ملکر ایک دن مین سب اناج کا $(\frac{1}{5} + \frac{1}{6})$ یا $\frac{11}{30}$ حصہ کاٹ لیونگے
مگر فرض کرنے کے بموجب مرد اور لڑکا دونون د دن مین سب
اناج کو کاٹ لیونگے

$\therefore \frac{11}{30} = \frac{1}{د}$ یا $د = \frac{30}{11} = 2\frac{8}{11}$ ۲ دن مین بھی جواب ہوا

(۱۳) وکٹوریا نام انگلستان کی بادشاہزادی ۲۴- می سن د
کو پیدا ہوئی اور البرٹ بادشاہزادہ ۲۶- اگست سن
(د+۱) کو پیدا ہوا اور اوسکی شادی تاریخ ۱۰- فروری
سنہ ۱۸۴۰ع کو ہوئی اور تاریخ ۲۶- اگست سنہ ۱۸۴۵ع کو دونون
بادشاہزادی اور بادشاہزادہ کی عمرون کا مجموعہ بادشاہزادہ
کی اوس عمر سے جو شادی سے پیشتر تھی تین گنا معلوم ہوا تو
بتلاؤ کہ دونون کس کس سن مین پیدا ہوے سوال کے بموجب
دونون کی پیدایش کے سن د اور (د+۱) تو تاریخ ۲۶- اگست سنہ ۱۸۴۵ع کو

کی شرح فی نپسیری ۶ آنہ ہے تو اونمین سے کتنا کتنا میدا ملا لیوین جس سے
سلے ہوے میدے کی شرح فی نپسیری ۶ آنہ ۸ پائی ہو جاوے
فرض کرو کہ ۷ آنہ شرح کا د نپسیری میدا لیا جاوے تو اوسکے ۷ د
آنے دام ہونگے اور اگر ۶ آنہ شرح کا ایک نپسیری میدا لیا جاوے
تو اوسکے دام ۶ آنہ ہونگے اسلیے دونون شرح کی (د + ۱) نپسیری
میدے کے (۷ د + ۶) آنہ دام ہوے مگر دونون شرح کے میدے کو ملا کر
فی نپسیری ۶ آنہ ۸ پائی کے شرح کا کیا چاہتے ہین اسلیے اس شرح سے
د + ۱ نپسیری کے دام (د + ۱) × ۶ آنہ ۸ پائی یعنے (د + ۱) $\frac{۲}{۳}$ ۶ آنے
ہوے کیونکہ ۸ پائی = $\frac{۸}{۱۲}$ آنہ = $\frac{۲}{۳}$ آنہ

$$\therefore ۷د + ۶ = (د + ۱) \frac{۲}{۳} ۶ \text{ آنہ}$$

$$= ۶د + \frac{۲}{۳} د + \frac{۲}{۳} ۶ \therefore \frac{۲}{۳} ۶ = ۶ + \frac{۲}{۳}$$

منتقل کرنے سے ۷د − ۶د − $\frac{۲}{۳}$ د = $\frac{۲}{۳}$ ۶ − ۶

جمع کرنے سے $\frac{۱}{۳}$ د = $\frac{۱}{۳}$ × ۲ ∴ د = ۲

اس باعث سے اگر ۷ آنہ شرح کا ۲ نپسیری میدا اور ۶ آنہ شرح کا
ایک نپسیری میدا ملایا جاوے تو سلے ہوے میدے کی فی نپسیری
۶ آنہ ۸ پائی شرح کے دام ہونگے

(۱۲) ایک کھیت کے اناج کو ایک مرد ۵ دن کے عرصہ مین کاٹتا ہے
اور اسی انداز کے دوسرے کھیت کے اناج کو ایک لڑکا ۷ دنین

۴½ کوس کا نصف ۲¼ کوس ہے

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۲½ : ۲¼ :: ۱ : ۲×۲¼ اسقدر وقت

سیتا رام کو ۲¼ کوس چلنے مین گذر یگا

اسیطرح کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۲ : ۲¼ :: ۱ : ۲¼/۲ اسقدر وقت

پرسرام کو ۲¼ کوس چلنے مین گذر یگا اب یہہ دیکھنا چاہیے کہ ۲¼ کوس چلنے مین کس شخص کو کسقدر وقت سوائے گذر یگا اسلیے ۲¼ کوس راہ طے کرنے مین دونون شخصون کو جتنا جتنا عرصہ گذر یگا اونکا حاصل تفریق نکالا اور یاد رکھو ۲½ گھڑی = ایک گھنٹہ اور ۶۰ پل = ایک گھڑی

۲¼/۲ − ۲×۲¼/۵ = ۲¼ (½ − ⅖) = ۲¼ × ۱/۱۰

= ۹/۴۰ گھنٹہ = ۹/۴۰ × ۲½ گھڑی = ۹/۱۶ گھڑی = ۹/۱۶ × ۶۰ پل

= ۳۳¾ پل اسقدر پیشتر پرسرام اپنے گانون سے چلیگا اور اسیقدر وقت کے بعد سیتا رام اپنے گانون سے چلیگا

(۱۱) ایک بقال کے پاس دو قسم کا میدا ہے اول قسم کے میدے کی شرح فی پنسیری ۷ آنہ ہے اور دوسری قسم کے میدے

کوس پر سرام چلا ہوگا اب ہر ایک شخص کے چلنے مین جسقدر وقت گذرے گا اوسے قاعدہ اربعہ متناسبہ سے دریافت کرتے ہین

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ | اتنا وقت ستیارام کو
۲½ : د :: ۱ : ۲د/۵ | د کوس چلنے مین گذرا ہوگا

کوس کوس گھنٹہ گھنٹہ

۲ : ۴½ — د :: ۱ : (۴½ — د)/۲ | اسقدر وقت پرسرام کو ۴½ — د کوس چلنے مین گذرا ہوگا

اور دونون شخص برابر وقت تک چلے

اس باعث سے ۲د/۵ = (۴½ — د)/۲ اسکے دونون حاصلونکو ۵ × ۲ یعنی ۱۰ مین ضرب دیا ۴د = ½ — ۲۲ — ۵د

منتقل اور جمع کرنے سے ۹د = ½ ۲۲

۹ پر تقسیم کرنے سے د = ۲۲½/۹ = ۲½ اتنے کوس ستیارام چلکر پرسرام سے ملا ہوگا اور ½ ۴ — ۲½ یا ۲ کوس پرسرام اپنے مکانون سے چلکر ستیارام سے ملا ہوگا اور وہان سے ستیارام کا گانو ۲½ کوس کے فاصلہ پر ہوگا

دوم اگر دونون شخص عین بیچ راہ پر ملا چاہین تو اونکو آدھی دور چلنے مین جتنا وقت گذریگا اوسے قاعدہ اربعہ متناسبہ سے نکالتے ہین

سماتا ہوگا

فرض کرو کہ بھینسون کے چرسے مین د من پانی ساتا ہے تو بھینسے ۲ د من پانی تین گھڑی کے عرصہ مین کھینچینگے اور بیل ۲ گھڑی مین ۳ چرسے پانی یا ۶ من پانی کھینچتے ہین اس باعث سے وے ۳ گھڑی مین ۹ من پانی کھینچین گے اور ۳ گھڑی مین دونون چرسون سے برابر ہی پانی کھنچتا ہے

∴ ۲ د = ۹ من پانی

اور د = $\frac{9}{2}$ = ۴½ من پانی اسقدر پانی بھینسون کے چرسہ مین آتا ہے

(۱۰) ستیارام اور پرسرام زمینداروں کے گانون سڑک کے کنارے ۴½ کوس کے فاصلہ پر واقع تھے اتفاقاً ستیارام پرسرام کے گانون کو چلا اوسیوقت پرسرام بھی ستیارام کے گانون کو چلا اور ستیارام اسقدر چلتا تھا کہ ایک گھنٹے کے عرصہ مین ½۲ کوس راہ طے کرتا تھا اور پرسرام ایک گھنٹے مین ۲ کوس چلتا تھا تو بتلاؤ کہ وے دونون شخص کتنی کتنی دور چل کر ملجاوینگے اور اگر وے برابر چل کر عین بیچ راہ مین مل جاوین تو ستیارام کو پرسرام سے کتنی دیر بعد چلنا چاہیے اول فرض کرو کہ ستیارام د کوس چل کر پرسرام سے ملجاوے تو ظاہر ہے کہ ۴½ − د

عورت کو دیے تو بتلاؤ کہ ہر ایک کو کتنے روپے ملے

فرض کرو کہ ایک بیٹے کو جو روپیے ملے ان کی تعداد د ہے

تو تین بیٹیون کے کل روپیہ کی تعداد ۳د ہوگی

∴ ایک بیٹی کے روپیہ کی تعداد $\frac{۳د}{۳}$ ہوئی

اور عورت کے روپیون کی تعداد د + $\frac{۲د}{۳}$ یا $\frac{۵د}{۳}$ ہوئی

اسلیے بموجب شرائط سوال کے ۲د + ۳د + $\frac{۵د}{۳}$ = ۱۷۰۰ روپے

جمع کرنے سے ۱۴د + $\frac{۵د}{۳}$ = ۱۷۰۰

یا $\frac{۱۷د}{۳}$ = ۱۷۰۰

۱۷ پر تقسیم کرنے سے $\frac{۵د}{۳}$ = ۱۰۰

۳ مین ضرب دینے سے د = ۳۰۰ یہی ایک لڑکی کے روپیے ہوئے

ایک بیٹی کے روپیون کی تعداد $\frac{۲د}{۳}$ = ۲۰۰ ہوئی

عورت کے روپیون کی تعداد $\frac{۵د}{۳}$ = ۵۰۰ ہوئی

(۹) ایک کوئے مین بہت دور پانی تھا اوسپر دو پیر لگین ایک پیر مین دو بیل جوتے اور دوسری پیر مین دو بھینسے اور بیلون کی پیر کے چرسے مین دو من پانی آتا تھا اور بیل دو گھڑی کے عرصہ مین پانی کے چرسے کھینچتے اور بھینسے اسقدر آہستہ چلتے کہ وے ۳ گھڑی مین فقط دو چرسے پانی کے کھینچتے مگر دونون پیرون مین پانی برابر ہی کھینچتا تو بتلاؤ کہ بھینسون کے چرسے مین کسقدر پانی

(۷) ۴ آدمیون کے درمیان ۴۲ گنّے اسطرح پر تقسیم کرو کہ پہلے آدمی کو جتنے گنّے دو اون سے ایک زیادہ دوسرے کو دو اور علی ہذا القیاس تیسرے اور چوتھے آدمی کو بھی ایک ایک گنّا زیادہ دو

فرض کرو کہ پہلے شخص کو جو گنّے دیے گئے اونکی د تعداد ہے تو باقی آدمیون کے گنّون کی تعداد د + ۱ د + ۲ اور د + ۳ ہونگے

بموجب شرائط سوال کے د + د + ۱ + د + ۲ + د + ۳ = ۴۲

جمع کرنے سے ۴ د + ۶ = ۴۲

منتقل کرنے سے ۴ د = ۴۲ − ۶

جمع کرنے سے ۴ د = ۳۶

۴ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۳۶}{۴}$ = ۹ یہہ پہلے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

د + ۱ = ۱۰ یہہ دوسرے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

د + ۲ = ۱۱ یہہ تیسرے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

د + ۳ = ۱۲ یہہ چوتھے آدمی کے گنّون کی تعداد ہوئی

(۸) ایک شخص نے فقیری اختیار کی اوسکے پاس ۱۷۰۰ کُل روپیے تھے اونمین سے جتنے روپیے اوسنے اپنے دو لڑکون کو دیے اوتنے ہی روپیے اوسنے اپنی ۳ بیٹیون کو دیے اور جتنے روپیے اوسنے اپنے ایک لڑکے اور ایک بیٹی کو ملا کر دیے اوتنے روپیہ اوسنے اپنی

اسلیے باغ مین اول جامن کے درخت ۱۲ تھے اور ۳ گنے ۱۲ یا ۳۶ آم کے درخت تھے

(۶) ایک بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ — ۲د ہے

دوسرے بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ½ × ۲د ہے

تیسرے بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ½ × ۳د ہے

اور اگر پہلے بادشاہ کے عہد کے برسونمین ۲د جمع کیے جاوین تو حاصل جمع برابر ہوجاتا ہے ۱۰۰ ابرس کے تو بتلاؤ کہ ہر ایک بادشاہ کس کس سن مین جلوس فرما ہوا

پہلے اور دوسرے بادشاہون کے جلوس کے سنون کا حاصل تفریق نکالنے سے پہلے بادشاہ کے سلطنت کے برس = ۱۸۰۰ + ½ × ۲د — (۱۸۰۰ — ۲د) = ۱۸۰۰ + د — ۱۸۰۰ + ۲د

د۳ =

∴ بموجب سوال کے ۳د + ۲د = ۱۰۰

یا ۵د = ۱۰۰

∴ د = ۱۰۰/۵ = ۲۰

پہلے بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ — ۴۰ یا ۱۷۶۰ ہے

دوسرے بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ۲۰ یا ۱۸۲۰ ہے

تیسرے بادشاہ کے جلوس کا سن ۱۸۰۰ + ۳۰ یا ۱۸۳۰ ہے

شرائط سوال کے لیے سب آم ملکر ۱۵ ہوتے ہین

یعنی $\frac{د}{۳} + \frac{د}{۶} = ۱۵$

۶ مین ضرب دینے سے $۲د + د = ۹۰$

جمع کرنے سے $۳د = ۹۰$

اور ۳ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۹۰}{۳} = ۳۰$ میری پاس سب اتنے آم تھے

پھر $\frac{۳۰}{۳} = ۱۰$ اور $\frac{۳۰}{۶} = ۵$ تو $۱۰ + ۵ = ۱۵$

(۵) ایک باغ مین آم کے درخت جامن کے درختون سے تین گنے تھے مگر جب آم اور جامن کے درخت چار چار کٹ گئے تو آم کے درخت جامن کے درختون سے چوگنے ہو گئے تو بتلاؤ کہ آم اور جامن کے کتنے کتنے درخت تھے

فرض کرو کہ د جامن کے درختون کی تعداد ہے

تو ۳د آمون کے درختون کی تعداد ہوگی

اور د — ۴ جامن کے درختون کی تعداد ۴ درخت کٹنے کے بعد رہگئی

اسیطرح ۳د — ۴ آم کے درختون کی تعداد ۴ درخت کٹنے کے بعد رہگئی

بموجب شرائط سوال کے $۳د - ۴ = ۴(د - ۴)$

$-د - ۴ = ۴د - ۱۶$

عمل انتقال سے $۱۶ - ۴ = ۴د - ۳د$

جمع کرنے سے $۱۲ = د$

موافق شرط سوال کے ۱۶ د + د + $\frac{د}{2}$ + $\frac{د}{4}$ + $\frac{د}{8}$ + $\frac{د}{16}$ = ۲۸۷

۱۶ مین ضرب دینے سے ۲۵۶ د + ۱۶ د + ۸ د + ۴ د + ۲ د + د = ۴۵۹۲

جمع کرنے سے ۲۸۷ د = ۴۵۹۲

۲۸۷ پر تقسیم کرنے سے د = ۱۶

امتحان صحت وسقم جواب

۱۶ اشرفی = ۲۵۶ روپیہ

۱۶ روپیہ = ۱۶ روپیہ

۱۶ اٹھ انّی = ۸ روپیہ

۱۶ چوانّی = ۴ روپیہ

۱۶ دوانّی = ۲ روپیہ

۱۶ ایک انّی = ۱ روپیہ

حاصل جمع ۲۸۷ روپیہ

(۴۴) میرے پاس جتنے آم تھے اونمین سے مینے تیسرے حصّے کے آم موہن کو دیے اور چھٹوین حصّے کے آم روپا کو دیے اور وے سب آم ملکر ۱۰ تھے تو بتلاؤ کہ میرے پاس سب کتنے آم تھے فرض کرو کہ د آمون کی تعداد ہے

تو $\frac{د}{3}$ تعداد اون آمون کی ہوئی جو موہن کو دیے

اور $\frac{د}{6}$ تعداد روپا کے آمون کی ہوئی اور بموجب

∴ ۱۶ د + ۵ د = کل زر مگر کل زر = ۱۴۷ روپیہ

∴ ۲۱ د = ۱۴۷

۲۱ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۱۴۷}{۲۱}$ = ۷ اشرفی

اور ۵ د = ۵ × ۷ = ۳۵ روپیے

(۳) ۱۴ کوڑی اور ۷ روپیے کی ہنڈی کے دام ساہوکار سے مین لینے کو گیا اور مین نے گماشتہ کے ہاتھہ مین ہنڈی دیکر اوس سے کہا کہ تم مجھے اس ہنڈی کے دام کے عوض مین اشرفی روپیے آٹھہ آنی اور چوآنی دوآنی اور ایک آنی برابر دو تو وہ سنتے ہی خاموش ہو رہا تو بتلاکہ اوسکو کسقدر اشرفی وغیرہ دینی چاہیے

فرض کرو کہ د تعداد مطلوبہ ہے

تو د اشرفیون کے د گنا ۱۶ یا ۱۶ د روپیے ہونگے

د روپیون کے	د روپیے ہونگے
د آٹھہ آنیون کے	$\frac{د}{۲}$ روپیے ہونگے
د چوآنیون کے	$\frac{د}{۴}$ روپیے ہونگے
د دوآنیون کے	$\frac{د}{۸}$ روپیے ہونگے
د یک آنیون کے	$\frac{د}{۱۶}$ روپیے ہونگے
اور ۱۴ کوڑی ۷ روپیون کے	۷ روپیے ہونگے

اس باعث سے فرض کرو کہ چھوٹے لڑکے کی عمر د ہے تو د + ۲ منجھلے لڑکے کی عمر ہوگی د + ۴ بڑے لڑکے کی عمر ہوگی

سوال کی ایک شرط کو عبارت جبریہ مین لکھ لیا اور دوسری شرط یہ ہے کہ تینون لڑکون کی عمر کا مجموعہ ۲۴ برس ہے یا د + ۲ اور د + ۴ یعنے ۳ د + ۶ برابر ہے ۲۴ برس کے اس شرط کو مساوات مین لکھا تو

۳ د + ۶ = ۲۴ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

عمل انتقال سے ۳ د = ۲۴ − ۶ = ۱۸

۳ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۱۸}{۳}$ = ۶

∴ چھوٹے لڑکے کی عمر ۶ برس کی ہے

منجھلے لڑکے کی عمر ۸ برس کی ہے

اور بڑے لڑکے کی عمر ۱۰ برس کی ہے

(۲) میرے پاس جسقدر اشرفیان ہین اونسے پانچ گنے روپیے ہین اور کل مالیت ۱۴۷ روپیے کی تو بتلاؤ کہ میرے پاس کتنی اشرفیان ہین اور کتنے روپیے

فرض کرو کہ د اشرفیان ہین

تو ظاہر ہے کہ ۱۶ د روپیے ہونگے

اور میرے پاس ۱۶ روپیے کی ہر ایک اشرفی ہے تو د گنا ۱۶ یا ۱۶ د روپیے د اشرفیون کے ہوے

سوال کا جواب نکل آتا ہے مگر جبر و مقابلہ مین ایسے قاعدے نہین لکھے ہین فقط کثرت مشق سے طالب علم سوال کے شرائط کو مساوات مین ضبط کرکے مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرسکتا ہے وہی قیمت سوال کا جواب ہوتی ہے مگر یہہ ضرور دیکھنا چاہیے کہ اس مین کون سی مقادیر مجہولہ ہین اور کون سی معلومہ پھر بجاے مقدار مجہول کے د لکھکر مقادیر معلومہ کو لکھو اور بموجب سوال کے ایک ایسی مساوات بناؤ کہ جس مین سوال کے سب شرائط آجاوین

سوالات

(۳) لڑکون کی عمر ملکر ۲۴ برس کی ہے اور اونکی پیدایش مین دو دو برس کا تفاوت ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک لڑکے کی کیا عمر ہوگی

اس سوال مین دیکھو کہ کون سی مقدار مجہول ہے اور کونسی معلومہ

مقادیر معلومہ	مقادیر مجہولہ
(۱) تین لڑکون کی عمرونکا مجموعہ ۲۴ برس ہے	(۱) بڑے لڑکے کی عمر بتلاؤ
(۲) اور ہر ایک لڑکے کی تفاوت ۲ برس ہے	(۲) منجھلے لڑکے کی عمر بتلاؤ
	(۳) چھوٹے لڑکے کی عمر بتلاؤ

مگر حقیقت مین پوچھو تو فقط ایک ہی مقدار مجہول ہے کیواسطے کہ اگر ایک لڑکے کی عمر معلوم ہوجاوے تو باقی دو لڑکون کی عمر بھی معلوم ہوجاویگی

ہر ایک جملے کو ۵۶ مین ضرب دیا تو

۱۲۶د − ۱۸۲ − ۹۹۶ − ۳۶د = ۴۹د + ۶۳ − ۲۴د + ۸

یا ۱۲۶د − ۱۸۲ − ۹۹۶ + ۳۶د = ۴۹د + ۶۳ − ۲۴د − ۸

منتقل کرنے سے ۱۲۶ ۳۶ ۲۴ | د − ۴۹د = ۶۳ | ۱۸۲ | ۹۹۶ | − ۸

جمع کرنے سے ۱۸۶ − ۴۹ | د = ۱۲۴۱ | − ۸

۱۳۷ د = ۱۲۴۳

$د = \frac{۱۲۴۳}{۱۳۷} = ۹$

(۳) ۲۰۱ (د − ۱) + ۲۵ (۳د + ۱) + ۲۲ (۵د + ۱) = ۴۵ (د + ۱۰) + ۲۱ (د + ۱۱) − ۳۰

اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ جواب د = ۲ ± ۲

اب ایسے سوالات لکھے جاتے ہین جنکے جواب مساوات درجۂ اول کے حل کرنے سے نکل آتے ہین

دفعہ ۵۳ سوالات جو علم حساب سے حل نہین ہو سکتے دسے ۵۲ دفعہ مذکور کے معنی جاننے سے بآسانی حل ہو جاتے ہین اور علم حساب مین خاص قاعدے مقرر ہین اونکے بموجب عمل کرنے سے

(۷) $\frac{د-۷}{د+۷} + \frac{۱}{(د+۷)۱۲} = \frac{۲د-۱۵}{۲د-۱} (۹) \frac{۱۷}{۲۶د+۱۷} - \frac{۱۰}{۳۶د-۱} = \frac{۱}{۱-۲د}$

(۸) $\frac{۳}{د} - \frac{۲}{د+۱} = \frac{۵}{۴(د+۱)}$ ۱۰ $\frac{۶د+۸}{۲د+۱} - \frac{۲د+۳۸}{۱۲+د} - ۱ = ۰$

دفعہ ۵۲ اگر مساوات مین بڑے اعداد بہت ہون تو اون کو اس ترتیب پر لکھو کہ جن اعداد کی علامت یکسان ہون وے ایک دوسرے کے تلے رہین

مثالین

(۱) $۷۰د - ۴۲د + ۴۲د + ۲۸۰ = ۷۰۰ - ۳۵د - ۶۰د + ۸۰ + ۵۶د - ۵۶$

منتقل کرنے سے

۷۰	۴۲د	د = ۷۰۰	۵۶
۳۵	۵۶	۸۰	۴۲
۶۰			۲۸۰

جمع کرنے سے

۱۶۵	د = ۷۸۰
۹۸	۳۷۸
۶۷	د = ۴۰۲

$د = \frac{۴۰۲}{۶۷} = ۶$

(۲) $\frac{۹د-۱۳}{۴} - \frac{۲۴۹-۹د}{۱۴} = \frac{۷د+۹}{۸} - \frac{۳د+۱}{۷}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت دریافت کرو

نسب نماؤن کا ۵۶ ذو اضعاف اقل ہے اس باعث سے مساوات کے

۱— دونون ضرب کرنے سے $۹-۳د = ۱۸-۱۸د$

منتقل کرنے سے $۱۵د-۳د = ۱۸-۹$

جمع کرنے سے $۱۵د = ۹$

۱۵ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۹}{۱۵} = \frac{۳}{۵}$

(۵) $\frac{۱۵+۳د}{۱+د} + \frac{۳۰+۴د}{۳+د} = ۷ + \frac{۲۴}{۱+د}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملہ کو
$د+۱$ مین ضرب دیا تو $\left.\begin{matrix}\\\\\end{matrix}\right\} ۱۵+۳د+\frac{۳۰+۴د+۴د^۲}{۳+د} = ۷+۷د+۲۴$

منتقل اور جمع کرنے سے $\frac{۳۴د+۴د^۲+۳۰}{۳+د} = ۴د+۱۶$

$د+۳$ مین ضرب دینے سے $۳۴د+۴د^۲+۳۰ = ۴د^۲+۱۶د+۱۲د+۴۸$

عمل ترفیع اور انتقال کرنے سے $۳۴د-۱۶د-۱۲د = ۴۸-۳۰$

جمع کرنے سے $۶د = ۱۸$

۶ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۱۸}{۶} = ۳$

۱۴ سوالات

مساوات مندرجۂ ذیل مین مقدار د کی قیمت دریافت کرو

(۱) $\frac{۲}{۱۳د} + \frac{۳}{۵د^۲} = ۱۳$ (۴) $\frac{۱۶د-۴}{۲۱} + \frac{د-۲}{۶-۵د} = \frac{۲د}{۷}$

(۲) $\frac{۴}{۵د} + \frac{۹}{۵د^۴} = ۴۱$ (۵) $\frac{۹د-۱۶}{۳۶} - \frac{۱۲د-۴}{۵د-۴} + \frac{۴-د}{۴}$

(۳) $\frac{س}{د^۲} + \frac{ح}{د} = ح^۲ + س^۲$ (۶) $\frac{۷د+۱۶}{۲۱} - \frac{د+۸}{۱۱-۴د} = \frac{د}{۳}$

منتقل کرنے سے ۲۷۵ د − ۲۱۶ د = ۲۰۰ + ۳۶

جمع کرنے سے ۵۹ د = ۲۳۶

۵۹ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۲۳۶}{۵۹}$ = ۴

(۳) $\frac{۱}{د-۱} - \frac{۲}{۷+د} = \frac{۷}{د-۱}$ اس مساوات مین مقدار مجہول د کی قیمت بتلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملے کو ۷ (د − ۱) مین ضرب دیا تو

۷ − $\frac{(۱۴ د-۱۴)}{۷+د}$ = ۱۰۰ ۷ (د − ۱ × $\frac{۱}{د-۱}$ = ۷

منتقل اور جمع کرنے سے ۶ = $\frac{(۱۴ د-۱۴)}{۷+د}$

د + ۷ مین ضرب دیا تو ۶ د + ۴۲ = ۱۴ د − ۱۴

منتقل کرنے سے ۱۴ د − ۶ د = ۴۲ + ۱۴

جمع کرنے سے ۸ د = ۵۶

۸ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۵۶}{۸}$ = ۷

(۴) ۲ $\frac{(۳-۱۴د)}{۳-د}$ + $\frac{۳}{۱-د}$ = ۸ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

مساوات کے ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ (۳ − ۱۴ د) + $\frac{۹-۳۳د}{۱-د}$ = ۲۴ − ۸ د

۳ − د مین ضرب دینے سے یا ۶ − ۸ د + $\frac{۹-۳۳د}{۱-د}$ = ۲۴ − ۸ د

مساوات کے ہر ایک جملے کی ۸ د یکسان مقدار کو خارج کرکے $\frac{۹-۳۳د}{۱-د}$ = ۲۴ − ۶ = ۱۸

انتقال کرنے سے

مساوات کے ہر ایک جملے کو ۱۵ مین ضرب دیا تو

$\frac{15(3د+5)}{25-د^2} = 6د$ ∴ $15 \times \frac{3د+5}{5-د} = 6د$

دونون جملے کی ۶د یکسان مقدار کو

مٹا کر منتقل کرنے سے $\frac{15(3د+5)}{25-د^2} = 13$

شمار کنندہ اور نسب نما دونون کو

۵ پر تقسیم کرنے سے $3\left(\frac{3د+5}{5-د}\right) = 13$

$5-د$ مین ضرب دینے سے $13د - 65 = 9د + 15$

منتقل کرنے سے $13د - 9د = 65 + 15$

جمع کرنے سے $4د = 80$

۴ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{80}{4} = 20$

(۲) $\frac{10د+17}{18} - \frac{12د+2}{11د-8} = \frac{4-د^2}{9}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ ۱۸ اور ۹ نسب نماؤن کے خارج کرنے کے لیے مساوات کے ہر ایک جملے کو ۱۸ مین ضرب دیا تو $10د+17 - \frac{216د+36}{11د-8} = 10د-8$

دونون جملون کی ۱۰د یکسان

مقدار خارج کر کے منتقل کرنے سے $17+8 = \frac{216د+36}{11د-8}$

جمع کرنے سے $25 = \frac{216د+36}{11د-8}$

مساوات کے ہر ایک جملہ کو $25(11د-8) = 216د+36$

$11د-8$ مین ضرب دیا تو $275د - 200 = 216د + 36$

دریافت کرو

عمل انتقال سے $۴+۵=\frac{۹}{د۲}$

عمل جمع سے $۹=\frac{۹}{د۲}$

۲ دمین ضرب دیا تو $۹=۱۸د$

۱۸ پر تقسیم کرنے سے $د=\frac{۹}{۱۸}=\frac{۱}{۲}$

(۲) $\frac{۲}{د}+\frac{۴}{د}=\frac{۳}{د}+\frac{۵}{د}-\frac{۲}{۱۷}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ چونکہ چارون کسرون کا نسب نما د ہے

اسلیے جمع کرنے سے $\frac{۶}{د}=\frac{۵}{د}-\frac{۲}{۱۷}$

منتقل کرنے سے $\frac{۶}{د}-\frac{۵}{د}=\frac{۲}{۱۷}$

جمع کرنے سے $\frac{۱}{د}=\frac{۲}{۱۷}$

$\therefore ۲د=۳۴$ $\therefore د=۱۷$

دوم جن نسب نماؤن مین مقدار مجہول شامل ہووے مقادیر مرکب ہون تو اول مفرد نسب نماؤن کو خارج کرو بعدازان بترتیب مرکب نسب نماؤن کو دور کرو

مثالین

۱ $\frac{۶د+۱۳}{۱۵}-\frac{۳د+۵}{۲۵-۵د}=\frac{۲د}{۵}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ اول مقادیر مفردہ کے نسب نماؤن کے دور کرنیکے لیے

(۱) $٦د + ٢(١١ - د) = ٣(١٩ - د)$

(۲) $(٣د + ١) + ٢ (د + ٢) = ٣٢$

(۳) $٣د - ٢)(٥د + ٤) = ٢(٤د - ٩)$

(۴) $٥(٢د - ٢) - ٣(٢د + ١) = ٢٧$

(۵) $٦(٣ - ٢د) = (٢٤ - ٤)(٤د - ٥)$

(۶) $٤٥ - ٤(د - ٤) = ٥(د + ٢)$

(۷) $٧د = ٨ - \frac{١}{٢}٩د$

(۸) $\frac{٢د}{٧} + ٤ = د - \frac{د}{٦} ١$

(۹) $\frac{٣د + ١}{٢} - \frac{د - ١}{٦} = \frac{٢د}{٣} + ١٠$

(۱۰) $\frac{١}{١٢}(د + ٦) - \frac{١}{١٢}(١٦ - ٣د) = ٤\frac{١}{٦}$

(۱۱) $\frac{١}{١٦}(٣د + ٣) + \frac{١}{١٥}(٧د - ٤) - \frac{١}{٢٠}(٧د + ١) = ٢$

(۱۲) $١٠ د + (\frac{١}{٢} - ٦د)\frac{د}{٣}(\frac{١}{٣} -) = ٢٣$

دفعہ ۵۱ اکثر مساوات مین کسر کے نسب نماؤن مین مقدار مجہول شامل رہتی ہے مگر اوسکی قیمت بموجب قاعدون مذکور کے دریافت ہوجاتی ہے اول جن نسب نماؤن مین مقدار مجہول شامل ہووے مقادیر مفردہ ہون

مثالین

(۱) $\frac{٩}{٢د} - ٤ = ٥$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت

نسب نماؤن کا ذواضعاف اقل ۸۰ ہی اسلیے ہر ایک مقدار مفرد کو ۸۰ مین
ضرب دیا تو ۸۰ (۸ — ۷د) + ۵ (۱۲ + ۹د) = ۸ (۱ — ۳د) — ۴ (۲۹ + ۸د)

یا ۸۰ — ۷۰د + ۶۰ + ۴۵د = ۸ — ۲۴د — ۱۱۶ — ۳۲د

منتقل کرنے سے ۲۴د + ۳۲د — ۷۰د + ۴۵د = ۸ — ۱۱۶ — ۶۰ — ۸۰

جمع کرنے سے ۳۱د = — ۲۴۸

۳۱ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{-۲۴۸}{۳۱}$ = — ۸

(۶) $\frac{۱}{۱۴۰}$ (۳د + $\frac{۲}{۳}$) — $\frac{۱}{۷}$ (۴د — $\frac{۲}{۳}$) = $\frac{۱}{۲}$ (۵د — ۶) اس مساوات
مین مقدار د کی قیمت تبلاؤ

۱۴۰ مین ضرب دینے سے ۳د + $\frac{۲}{۳}$ — ۲۰ (۴د — $\frac{۲}{۳}$) = ۷۰ (۵د — ۶)

یا ۳د + $\frac{۲}{۳}$ — (۸۰د — $\frac{۴۰}{۳}$) = (۳۵د — ۴۲۰)

۳د + $\frac{۲}{۳}$ — ۸۰د + $\frac{۴۰}{۳}$ = ۳۵د — ۴۲۰

منتقل کرنے سے ۴۲۰ + $\frac{۲}{۳}$ + $\frac{۴۰}{۳}$ = ۳۵د + ۸۰د — ۳د

جمع کرنے سے ۵۶ = ۴۰د

۴۰ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۵۶}{۴۰}$ = $\frac{۶}{۵}$ = ۱ $\frac{۱}{۵}$

۱۳ سوالات

جو مساواتین ذیل مین مندرج ہین اون مین مقدار د کی قیمت تبلاؤ

پیشتر یہہ بیان ہو چکا ہے کہ شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان مین جو خط کھنچا رہتا ہے وہ شمار کنندہ اور نسب نما دونون کا خط وحدانی ہوتا ہے مساوات کے ہر ایک مقدار مفرد کو ۱۱ مین ضرب کیا تو

$$۵۵ - د + ۴ = ۱۱د - ۳۳$$

بموجب ۳۴ دفعہ کے $۵۵ - د - ۴ = ۱۱د - ۳۳$

منتقل کرنے سے $۵۵ - ۴ + ۳۳ = ۱۱د + د$

جمع کرنے سے $۸۴ = ۱۲د$

۱۲ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۸۴}{۱۲} = ۷$

(۴) $د + \frac{۳د - ۵}{۲} = ۱۲ - \frac{۲د - ۴}{۳}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت دریافت کرو اخراج کسر کے لیے ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ × ۳ یعنی ۶ مین ضرب دیا تو

$۶د + ۳(۳د - ۵) = ۷۲ - ۲(۲د - ۴)$

یعنی $۶د + (۹د - ۱۵) = ۷۲ - (۴د - ۸)$

۴۳ دفعہ کے بموجب $۶د + ۹د - ۱۵ = ۷۲ - ۴د + ۸$

منتقل کرنے سے $۶د + ۹د + ۴د = ۷۲ + ۸ + ۱۵$

جمع کرنے سے $۱۹د = ۹۵$

۱۹ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۹۵}{۱۹} = ۵$

(۵) $\frac{۸ - ۷د}{۸} + \frac{۱۲ + ۹د}{۱۶} = \frac{۱ - ۳د}{۱۰} - \frac{۲۹ + ۸د}{۲۰}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

مقدار مجہول د کی قیمت دریافت کرو پہلے خطوط وحدانی کے اندر کی مقدار کے یہہ معنی ہین کہ مقدار د + ۵ دوگنی ہے اور دوسرے خطوط وحدانی کے اندر کی مقدار سے یہہ سمجھو کہ ۳ گنی ۲ د — ۷ مقدار کو جمع کرنا ہے اسلیے ضرب دینے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کیا تو

∵ ۲ (د + ۵) = ۲ د + ۱۰ اور ۳ (۲ د — ۷) = ۶ د — ۲۱

∴ ۲ د + ۱۰ + ۶ د — ۲۱ = ۲۱

منتقل کرنے سے ۲ د + ۶ د = ۲۱ + ۲۱ — ۱۰

جمع کرنے سے ۸ د = ۳۲

۸ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{۳۲}{۸}$ = ۴

(۲) ۲ (د + ۵) — ۳ (۲ د — ۷) = ۱۵ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت بتلاؤ

∵ ۲ (د + ۵) = ۲ د + ۱۰ اور ۳ (۲ د — ۷) = ۶ د — ۲۱

∴ (۲ د + ۱۰) — (۶ د — ۲۱) = ۱۵

یا بموجب ۴۳ دفعہ کے ۲ د + ۱۰ — ۶ د + ۲۱ = ۱۵

منتقل کرنے سے ۲ د — ۶ د = ۱۵ — ۱ — ۲۱

جمع کرنے سے — ۴ د = — ۱۶

— ۴ پر تقسیم کرنے سے د = $\frac{-۱۶}{-۴}$ = ۴

(۳) ۵ — $\frac{د + ۴}{۱۱}$ = د — ۳ اس مساوات مین مقدار مجہول د کی قیمت بتلاؤ

(۱۳) $\frac{۱}{۲}د + \frac{۱}{۲} = ۳د - \frac{۱}{۲}$ (۲۵) $\frac{۲}{۳}د - \frac{۳}{۴}د + \frac{۴}{۵} = \frac{۴۳}{۴۰}$

(۱۴) $۱۵د - \frac{۱}{۲} = ۳ + ۳\frac{۱}{۲}د$ (۲۶) $\frac{۲۳}{۲}د - \frac{۲۲}{۳}د + \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۳}د + ۹\frac{۹}{۲}$

(۱۵) $د + \frac{۲}{۳} = ۶$ (۲۷) $\frac{۲}{۵}د + \frac{۲}{۴}د + \frac{۲}{۳}د - \frac{۲}{۲} = ۱۷$

(۱۶) $۱۲د - \frac{۲}{۳} = ۱۸$ (۲۸) $د - \frac{۲}{۴}د - \frac{۲}{۱۲}د - \frac{۲}{۲} = \frac{۲}{۳}د + ۹$

(۱۷) $۳د + \frac{۲}{۳} = ۴د - ۶$ (۲۹) $\frac{۲۳}{۱۴}د - \frac{۲۲}{۲۱}د + \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳}د - ۴\frac{۱}{۲}$

(۱۸) $\frac{۲۴}{۲۵}د + \frac{۲}{۳} = د + ۳$ (۳۰) $\frac{۲۳}{۷}د - \frac{۲}{۴}د - \frac{۲}{۶} = \frac{۲}{۱۱}د - \frac{۲}{۲۸}$

(۱۹) $\frac{۲۳}{۵}د - \frac{۲}{۵} = د - ۶$ (۳۱) $۱۲د - \frac{۲۲}{۵}د - ۲\frac{۱}{۵} = \frac{۲۴}{۱۱}د - \frac{۲۹}{۷} - ۱۴\frac{۱}{۱۱}$

(۲۰) $\frac{۲}{۳}د + \frac{۲}{۴}د = ۱۰$ (۳۲) $\frac{۲}{۸}د + \frac{۲}{۵}د = \frac{۲۲}{۱۵}د - \frac{۲۷}{۴۰}د + \frac{۳}{۴۰}$

(۲۱) $\frac{۲}{۵}د - \frac{۲}{۱۰}د = \frac{۱}{۲}$ (۳۳) $\frac{۲۷}{۸}د - \frac{۲۳}{۷}د + ۱\frac{۱}{۸} = \frac{۲۹}{۴}د - \frac{۲۹}{۱۱۴}د - ۱۰\frac{۲۵}{۲۸}$

(۲۲) $د - \frac{۲}{۲}د + \frac{۲}{۳}د = ۳\frac{۱}{۲}$ (۳۴) $\frac{۲۳}{۱۹}د + \frac{۲۷}{۱۵}د - \frac{۲۷}{۴۰}د = ۲\frac{۱۹}{۴۰} - \frac{۳}{۱۹}$

(۲۳) $\frac{۲۲}{۷}د + \frac{۲}{۶}د - \frac{۱}{۶} = د - ۴$ (۳۵) $\frac{۲۱۴}{۳}د - \frac{۲۹}{۵}د = ۳\frac{۱}{۲}د + ۱۰ - \frac{۲۲}{۱۲۴}د - \frac{۲}{۵}$

(۲۴) $\frac{۲۳}{۷}د - ۱ = \frac{۲}{۵}د + \frac{۳}{۵}$ (۳۶) $\frac{۲}{۴}د - ۴\frac{۱}{۲}د + \frac{۲}{۵}د + \frac{۲}{۲} = ۱۶\frac{۱}{۲}د + \frac{۱}{۴}$

دفعہ ۵۰ اگر مساوات مین خطوط وحدانی ہون تو اونھین بموجب ۴۳ دفعہ کے دور کرو

مثالین

(۱) $۲(د+۵) + ۳(۲د-۷) = ۲۱$ اس مساوات مین مقدار

(۶) $\frac{۲۴د}{۳} - \frac{۱۲د}{۱۰} + \frac{د}{۴} = ۳۹$ اس مساوات مین مقدار مجہول د کی قیمت دریافت کرو ۳، ۱۰ اور ۴ کا ذو اضعاف اقل ۶۰ ہے اسلیے نسب نماؤن کے دور کرنیکے لیے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۶۰ مین ضرب دیا تو

$\therefore ۶۰ \times \frac{۲۴د}{۳} = ۱۰ + ۴۸د = ۴۰د$

$۶۰ \times - \frac{۱۲د}{۱۰} = -۶د، ۶۰ \times \frac{د}{۴} = ۱۵د$ اور $۶۰ \times ۳۹ = ۱۱۷۰$

$\therefore ۴۰د - ۶د + ۱۵د = ۱۱۷۰$

جمع کرنے سے $۳۹د = ۱۱۷۰$

۳۹ پر تقسیم کرنے سے $د = \frac{۱۱۷۰}{۳۹} = ۳۰$

۱۲ سوالات

جو مساوات ذیل مین مندرج ہین اونمین مقدار مجہولہ د کی قیمت دریافت کرو

(۱) $۶د - ۱۰ = ۱۵د - ۴$

(۲) $۱۳د + ۱ = ۹د + ۵$

(۳) $۳د + ۲۰ = ۲د + ۳۶$

(۴) $۴د - ۲د = ۲۴ - د$

(۵) $۷د - ۱۱ + ۵ = ۸د - ۹$

(۶) $۱۰ - ۲د + ۶ = ۳د + ۱$

(۷) $۳د - ۶ = ۱۲ - ۴د - ۴$

(۸) $۱۲ - ۸د = ۱۵ - ۳د - ۸$

(۹) $۱۲۱ = ۱۴د + ۱ - ۳د + ۱۰$

(۱۰) $۵۰۰ = ۳۰د + ۱۲ + ۳۲د - ۸$

(۱۱) $۷د - ۳د + ۵ = ۱۳د - ۴د - ۱۵$

(۱۲) $۱۴د - ۶د + ۴د = ۳د + ۸۴$

(۳) $\frac{د-۶}{۲}+۶=\frac{۵د-۶}{۲}$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت تبلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملہ کو ۲ مین ضرب دیا تو $د-۶+۱۲=۵د-۶$

-۶ کو خارج کیا تو $د+۱۲=۵د$

منتقل کرنے سے $۱۲=۵د-د$

جمع کرنے سے $۱۲=۴د$

۴ پر تقسیم کرنے سے $۳=$ یا $د=۳$

(۴) $\frac{د}{۲}-\frac{۵د}{۳}=\frac{۴}{۳}-۳$ اس مساوات مین مقدار د کی قیمت تبلاؤ

مساوات کے ہر ایک جملے کو ۲×۳ یعنی ۶ مین ضرب کرنے سے

$۳د-۱۰د=۸-۱۸$

منتقل کرنے سے $۳د-۱۰د=۸-۱۸$

جمع کرنے سے $-۷د=-۱۰$

-۷ پر تقسیم کرنے سے $د=\frac{۱۰}{۷}=۱\frac{۳}{۷}$

(۵) $\frac{د}{۳}-\frac{د}{۲}+\frac{د}{۵}=\frac{۱}{۲}$ اس مساوات مین مقدار مجہولہ

د کی قیمت تبلاؤ $۲\times۳\times۵$ یعنی ۳۰ مین مساوات کے

ہر ایک جملے کو ضرب دیا تو $\because ۳۰\times\frac{د}{۳}=۱۰د$

$۳۰\times\frac{د}{۲}=۱۵د$ اور $۳۰\times\frac{د}{۵}=۶د$

$\therefore ۱۰د-۱۵د+۶د=۱۵$

جمع کرنے سے $د=۱۵$

عمل انتقال سے ۴د — د = ۱۲ + ۶

جمع کے عمل سے ۳د = ۱۸

۳ پر تقسیم کرنے سے د = ۱۸/۳ = ۶ یہی مقدار مجہول کی قیمت ہے اس قیمت کے امتحان کرنیکے لیے مساوات بالا مین مقدار د کی بجاے ۶ لکھا ہے

۲×۶ — ۳ = ۶/۲ + ۶ یا ۱۲ — ۳ = ۳ + ۶ یا ۹ = ۹

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر د برابر ہو ۶ کے تو مساوات یہی درست ہے۔

(۲) د/۲ — ۵ = د/۳ — ۳ اس مساوات کی مقدار د مجہول کی قیمت دریافت کرو د/۲ اور د/۳ سے دو کسرین ہین اسلیے مساوات مین کسر نہ رکھنے کے لیے بموجب تمیسرے قاعدے کے مساوات کی مقدار مفرد کو ۲×۳ یعنے ۶ سے ضرب دیا تو

۳د — ۳۰ = ۲د — ۱۸ :: ۶ × د/۲ = ۳د اور ۶ × د/۳ = ۲د

منتقل کرنے سے ۳د — ۲د = ۳۰ — ۱۸

جمع کرنے سے د = ۱۲ :: ۳د — ۲د = ا د یا د کے د کی ۱۲ قیمت صحیح ہے کیونکہ ۱۲/۲ — ۵ = ۶ — ۵ = ۱

اور ۱۲/۴ — ۳ = ۴ — ۳ = ۱

بموجب ۴۳ دفعہ کے اوس خط وحدانی کو مٹا دو

(۳) بموجب دوسرے قاعدے کے مساوات کے جن مقادیر مفرد مین مقدار مجہول مشتمل ہو اونکو علامت مساوات کے ایک طرف لے آؤ اور مقادیر معلومہ کو اوسکی دوسری طرف رکھو

(۴) اگر مقادیر متماثلہ ہون تو اونکا حاصل جمع دریافت کرو اس عمل کے کرنے سے فقط ایک مقدار مفرد مین مقدار مجہول رہجاویگی اسی مقدار کے سر پر مساوات کی ہر ایک مقدار مفردہ کو تقسیم کرنے سے مقدار مجہولہ کی قیمت دریافت ہوجاویگی

اگر مساوات کے دونون جملون مین ایک سی مقادیر ہون اور انکی علامت بھی یکسان ہون تو اون کو بموجب پہلے قاعدے کے خارج کرو یا اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کسی اور مقدار پر پوری تقسیم ہوجاوے تو خارج قسمتون کو بجاے مقادیر مذکور کے لکھو

مثالین

(۱) $۲د - ۳ = \frac{د}{۲} + ۶$ اس مساوات مین مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرو $\frac{د}{۲}$ کسر ہے اسلیے اس مساوات مین کسر نہ رکھنے کے لیے ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ مین ضرب دیا تو

$۴د - ۶ = د + ۱۲$ ، $۲ \times \frac{د}{۲} = د$

خارج قسمت بھی برابر ہوتی ہے مثلاً ۴ د − ۲ د = ۱۶ اس مساوات
مین ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ پر تقسیم کیا تو ۲ د − د = ۸
اسیطرح اگر ۷ د = ۲۸ اس مساوات مین ہر ایک مقدار مفرد کو
۷ پر تقسیم کیا تو $\frac{۷ د}{۷} = \frac{۲۸}{۷}$ یعنی د = ۴
ح د = س اس مساوات کے ہر ایک مقدار مفرد کو ح پر تقسیم
کیا تو $\frac{ح د}{ح} = \frac{س}{ح}$ یعنے د = $\frac{س}{ح}$
جبکہ مساوات مین مقدار مجہول پہلی قوت رکھتی ہو مثلاً د اور اوسکی
بڑی قوت نہو مثلاً د^{۲} د^{۳} وغیرہ تو ایسی مساوات کو

مساوات درجۂ اول یا مفردات کہتے ہین

اول درجہ کے مساوات مین مقدار مجہول کی قیمت چار قاعدون
مذکورۂ بالا پر عمل کرنے سے دریافت ہوجاتی ہے

اول درجہ کی مساوات مین مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرنیکا قاعدہ

دفعہ ۴۹ (۱) اگر مساوات مین کسور ہون اور اون مین
مقدار مجہول مشتمل ہو تو اون کسرون کے نسب نماؤنکو بموجب
تیسرے قاعدے کے دور کرو
(۲) اگر مساوات مین کوئی مقدار خط وجدانی کے تلے لکھی ہو تو

کیونکہ ۳۰ × ½ = ۱۵ د

۳ × ۲/۳ = ۲۰ د اور ۳۰ × ½ = ۶ د

مگر سب کسرون کے نسب نماؤن کے حاصلضرب سے ضرب کرنیکے بجاے اونکے ذواضعاف اقل یعنے اوس چھوٹی مقدار سے جو ہر ایک نسب نما پر پوری تقسیم ہوجاوے ضرب کیا جاے تو آسان ہوگا

مثلاً ½ — ¼ + ⅛ = ۳ د اسمین نسب نماؤن کا حاصلضرب ۶۴ ہے مگر اونکا ذواضعاف اقل ۸ ہے اسلیے نسب نماؤن کے دور کرنیکے لیے مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۸ مین ضرب دیا

∴ ۸ × ½ = ۴ د ۸ × ¼ = ۲ د ۸ × ⅛ = د

∴ ۴ د — ۲ د + د = ۲۴ د اس مساوات مین اب کوئی مقدار حصہ مین کسر ہو نہین ہے

چوتھا قاعدہ

دفعہ ۴۸ اگر مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کسی ایک مقدار پر تقسیم ہوجاوے تو بھی مساوات بنی رہیگی

کیونکہ جب ہم مساوات کے دونون جملون کی کل مقادیر مساوی کی ہر ایک مقدار مفرد کو ایک مقدار پر تقسیم کرتے ہین تو اون دونون جملون کی کل مقادیر بھی اوس مقدار پر تقسیم ہوجاتی ہین اور اس باعث سے

دفعہ ۴۹

۷ د — ۶ = $\frac{۵}{۳}$ د اس مساوات کے ہر ایک مقدار مفرد کو
۳ مین ضرب دیا تو ۲۱ د — ۱۸ = ۵ د
کیونکہ ۳ × $\frac{۵}{۳}$ د = ۵ د
$\frac{۲}{۳}$ د + ۵ = $\frac{۱}{۳}$ د + ۶ اس مساوات مین جو کسر ہین اونکے نسب نماؤن
کو دور کرو — اس مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ مین ضرب دیا
تو ۴ د + ۱۰ = $\frac{۲}{۳}$ د + ۱۲ — اس مساوات مین اب ایک کسر باقی
رہگئی اسلیے اوسکی ہر ایک مقدار مفرد کو کسر کے نسب نما ۳ مین
ضرب دیا تو ۳ د + ۳۰ = ۲ د + ۳۶ — اس مساوات مین اب کوئی
کسر نہ رہی اسیطرح اگر دو سے زیادہ کسور ہون تو اونکے نسب نما
درجہ بدرجہ دور ہو سکتے ہین
مگر جو کسرون کے نسب نماؤن کی مقادیر بڑی ہون تو اون سب کے
حاصلضرب مین مساوات کی ہر ایک مقدار مفرد کو ضرب دو
مثلاً $\frac{۱}{۲}$ د + ۵ = $\frac{۱}{۳}$ د + ۶ — اس مساوات کے ہر ایک مقدار
مفردہ کو ۲ × ۳ یعنے ۶ مین ضرب دیا تو
۳ د + ۳۰ = ۲ د + ۳۶ — کیونکہ ۶ × $\frac{۱}{۲}$ = ۳ د اور
۶ × $\frac{۱}{۳}$ = ۲ د اسیطرح اگر $\frac{۱}{۲}$ — $\frac{۲}{۳}$ + $\frac{۱}{۵}$ = ۶ تو اس مساوات
کی ہر ایک مقدار مفرد کو ۲ × ۳ × ۵ یعنے ۳۰ مین ضرب دیا تو
۱۵ د — ۲۰ د + ۶ د = ۱۸۰

یعنے مقدار س کو ایک طرف سے لیکر دوسری طرف مین اوسکی علامت بدل کر رکھدیا

مثال

(۱) د + ۲ = ۶ — د اس مساوات کے ایک جملہ مین حرف لکھو دوسرے مین عدد تو بجاے — د کے + د لکھا اور بجاے + ۲ کے — ۲ ∴ د + د = ۶ — ۲

(۲) ۴ د — ۶ = ۳ د — ۲ د + ۱۲ اس مساوات کے ایک جملے مین حرف لکھدو اور دوسرے مین عدد

۴ د — ۳ د + ۲ د = ۱۲ + ۶

تیسرا قاعدہ

دفعہ ۴۷ اگر مساوات کے ہر ایک مقدار مفروض کو ایک ہی مقدار مین ضرب دین تو بھی مساوات مبنی رہینگی کیونکہ یہہ ظاہر ہے کہ جب ہم ہر ایک مقدار مین ضرب دیتے ہین تو ہر ایک جملہ کی کل مقدار مذکور مین ضرب ہو جاتی ہے اس سبب سے حاصل ضرب برابر ہوتے ہین اس قاعدہ سے اگر مساوات مین کسر ہون تو اونکے نسب نما دور ہو جاتے ہین اور اسے عمل اخراج کسر کہتے ہین

۲۱ دفعہ

ظاہر ہے کہ اگر برابر مقادیر مین سے برابر مقادیر منہا کی جاوین تو باقی مقادیر بھی برابر رہینگے مثلاً د+۴=۷+۴ تو = اس علامت کے دونون طرف ۴ عدد یکسان ہے اور اوسکی علامت بھی دونون طرف + ہے اوسے خارج کیا تو د=۷

دوسرا قاعدہ

دفعہ ۴۶ مساوات مین جب ایک طرف یا جملہ سے کسی مقدار مفرد کو دوسری طرف رکھو تو اوسکی علامت بدل دو یعنی اوسکی علامت + ہو تو بجاے اوسکے — رکھو اگر — ہو تو + رکھو اسے **عمل انتقال** بولتے ہین مثلاً ح د + س = ط د + ف اس مساوات کے دونون طرف کی مقادیر مساوی مین سے ط د کو گھٹایا تو حاصل تفریق بھی مساوی ہونگے یعنی

∴ ح د — ط د + س = ف ∴ ط د — ط د = ۰

اسیطرح سے = علامت کے ایک طرف سے ط د کو اوسکی علامت بدل کر دوسری طرف رکھدیا

پھر ہر ایک طرف مین سے س کو گھٹایا تو

ح د — ط د + س — س = ف — س

یا ح د — ط د = ف — س ∴ س — س = ۰

۲ (۱ + د) = ۱۴ اس مساوات مین د کی قیمت دریافت کرو
اس سوال مین ہم دیکھتے ہین کہ دوگنا (۱ + د) برابر ہے ۱۴ کے اس باعث سے
مقدار ۱ + د ضرور برابر ہوگی ۷ کے اور فقط د برابر ہوگی ۶ کے اسطرح
کے سوالون مین مقدار مجہول کی قیمت کا نکالنا مشکل نہین ہے مگر بیشتر
سوالات اسطرح کے ہین کہ اون مین مقدار مجہول اولجھی رہتی ہے ایسے
سوالون مین مقدار مجہول کی قیمت دریافت کرنے کے لیے جبر و مقابلے کا
کام پڑتا ہے اس مراد سے چند قاعدے لکھتے ہین اور اونکی صداقت
علوم متعارفہ ذیل سے پائی جاتی ہے

علوم متعارفہ

اگر مقادیر مساوی پر یکسان عمل کیے جاوین تو اونکے حاصل بھی
مساوی ہونگے

پہلا قاعدہ

دفعہ ۴۵ اگر = اس علامت کے دونون طرف ایک سی
مقدار ہون اور اونکی علامت بھی یکسان ہون مثلاً دونونکی
علامت + ہو یا — ہو تو ایسی مقدار کو دونون طرف سے دور کرو اور
اوسکو عمل ترفیع کہتے ہین اور لفظ ترفیع کے معنی ہین دور کرنا اور یہ

حاجت نہین رہتی ہے ایسے ہی ۲ د + ۳ د = ۵ یا ۲ ح + د = ۲ ح + ۲ د تو = اس علامت کے دونون طرف جو مقادیر ہین اونکے مساوی ہونے مین بھی کچھ شبہ نہین ہے کسواسطے کہ ہمکو بخوبی معلوم ہے کہ بجاے د کے جا ہو جو مقدار فرض کرو ہر صورت مین مقدار ۲ د + ۳ د بیشک برابر ہوگی مقدار ۵ د کے جانا چاہیے کہ ایسے مساوات کو

مساوات متشابہ یا معادلہ متشابہ کہتے ہین

اگر ہم کہین کہ د + ۴ = ۶ یا ۲ (۱ + د) = ۷ تو ایسے مساوات مین مقدار د کے بجاے معین عدد فرض کرنے سے مساوات مین فرق نہین آسکتا اور ایسے مساوات کو **مساوات** یا **معادلہ** کہتے ہین اور ایسے مساوات مین مقدار د مجہول کی قیمت جس عمل سے دریافت ہوتی ہے اوسکو **حل کرنا** بولتے ہین اور جب مقدار مجہول کی قیمت کو بجاے اوس مقدار کے لکھکر مساوات کی صداقت دکھلاتے ہین تو اس عمل کو **مقابلہ کرنا** کہتے ہین

د + ۴ = ۶ اس مساوات مین د کی قیمت بتلاؤ

اس مساوات مین ہم دیکھتے ہین کہ د کو ۴ مین جمع کیا تو ۶ حاصلجمع ہوتا ہے اس باعث سے ضرور د = ۲

(۱۱) $۶ح - س + ط - ح - س - ۲ط$ ایضاً

(۱۲) $\frac{۱}{۲}(ح - د)(۲ح + د) + \frac{۱}{۲}(د ح + د)$ ایضاً

(۱۳) $(۱ + د)(۱ - د)(۱ + د^۲)$ ایضاً

(۱۴) $۲(د^۲ - \frac{۱}{۱۶}) \div (۲د + ۱) + \frac{۱}{۲}$ ایضاً

(۱۵) $\frac{۱}{۲}(\frac{ح}{س} + \frac{ط}{ف}) + \frac{۱}{۲}(\frac{ح}{س} - \frac{ط}{ف})$ ایضاً

(۱۶) $\{\frac{ح}{ح}(\frac{ح+س}{ح}) + س^۲\} \div \{س(\frac{ح+س}{س}) + ح\}$ ایضاً

(۱۷) $۴ \times \{\frac{۳}{۸(۱-د)} + ۸(۱+د)\}$ ایضاً

(۱۸) $۲د \frac{(۲د - ح)}{(ح - ۲د)^۲} + \frac{ح}{ح - ۲د}$ ایضاً

(۱۹) $\frac{۲}{۳}(د د + ۱)\{د + ۲ - \frac{۱}{۲}(۲د + ۱)\}$

(۲۰) $\{۱ - \frac{۱}{۱ - د}\} د (۲ + د)$

مساوات درجۂ اول

دفعہ ۲۴ اگر ہم کہیں کہ $۲ + ۳ = ۵$ یا $۲ \times (۱ + ۵) = ۱۲$ تو = اس علامت کے دونون طرف جو مقادیر ہین اونکے مساوی ہونے مین کچھ شک نہین ہے اس باعث سے ایسے مساوات مین دلیل کی کچھ

جب کہ ایک حرف یا عدد اور خطوط وحدانی کے بیچ مین کوئی علامت نہو تو سمجھو کہ اون کے بیچ مین سے × یہہ علامت محذوف ہے اور خطوط وحدانی کے اندر کی ہر ایک مقدار مفردہ اوس حرف یا عدد مین ضرب دیجاویگی مثلاً ۴(ح + د) سے ح اور د کا حاصل جمع ۴ گنا سمجھو ۳ (ح + س — ط) سے یہہ سمجھو کہ ح اور س کے حاصل جمع مین سے ط کو گھٹاکر جو باقی رہے ۳ گنا ہے

ہ $(\frac{ح}{س} + \frac{ط}{ع})$ اسکے یہہ معنی ہوے کہ $\frac{ح}{س}$ اور $\frac{ط}{ع}$ ان دو کسرونکا حاصل جمع ہ گنا ہے

اسیطرح (ح + س) (ط + ع) اسکے یہہ معنی ہوے کہ ح + س مین ط + ع کو ضرب دینا ہے

۱۱ سوالات

(۱) ح س + ح (ط — س) اسکا اختصار کرو (۶) $\frac{ح}{۲} - د$ — $\frac{د}{۲ح}$ ایضاً

(۲) ۴ (ا — د) + ۳ د ا اسکا ایضاً (۷) $\frac{۱}{۲}$ (ح + س) — $\frac{۱}{۲}$ (ح — س) ایضاً

(۳) ۲ (ح + د) — ۲ (ح — د) ایضاً (۸) $(ح + ۷)^{۲}$ + $(س - ۷)^{۲}$ ایضاً

(۴) ۲ (ح + س) (ح — س) ایضاً (۹) ۲ — (— ۴ + ۵ د) ایضاً

(۵) ۵ (ا — د) + (۱ + ۵ د) × ۱۲ ایضاً (۱۰) ۱ — (ا — ا — د) ایضاً

(۱۰) $\frac{د}{۲} - \frac{د-۶}{۵}$ کو ۱۰ میں ضرب دو

حاصلضرب $= ۱۰ \times \frac{د}{۲} - ۱۰ \times \frac{د-۶}{۵}$ ۲۱ دفعہ کے موافق

$= \frac{۱۰د}{۲} - \frac{۱۰(د-۶)}{۵}$ ۳۷ دفعہ کے موافق

$= ۵د - ۲(د-۶)$

$= ۵د - (۲د - ۱۲)$

$= ۵د - ۲د + ۱۲$ بموجب دوسرے قاعدے کے

$= ۳د + ۱۲$

(۱۱) $(ح+س)^۲ - (ح-س)^۲$ کا اختصار کرو

$(ح+س)^۲ - (ح-س)^۲ = (ح^۲ + ۲ح س + س^۲) - (ح^۲ - ۲ح س + س^۲)$

$= ح^۲ + ۲ح س + س^۲ - ح^۲ + ۲ح س - س^۲$

پہلے اور دوسرے قاعدے کے موافق

$= ۴ ح س$

(۱۲) $\frac{ح^۲ - (س-ط)^۲}{(ح+س)^۲ - ط^۲}$ کا اختصار کرو

شمار کنندہ $= (ح + \overline{س - ط})(ح - \overline{س - ط})$

$= (ح + س - ط)(ح - س + ط)$

نسبنما $= (ح + \overline{س + ط})(ح + \overline{س - ط})$

$= (ح + س + ط)(ح + س - ط)$

$(ح + س - ط)(ح - س + ط)$

$= (ح+س+ط)(ح+س-ط)$ $= \frac{ح - س + ط}{ح + س + ط}$

پس کسر

۸ ۱ — $\frac{ح - د}{ح + د}$ کا اختصار کرو

$$۱ - \frac{ح - د}{ح + د} = \frac{ح + د}{ح + د} - \frac{ح - د}{ح + د}$$

$$= \frac{ح + د - ح - د}{ح + د}$$ بموجب ۳۶ دفعہ کے

$$= \frac{ح + د - ح + د}{ح + د}$$ بموجب دوسرے قاعدے کے

$$= \frac{۲د}{ح + د}$$

(۹) ح — $\frac{ح - س}{۲}$ کو ۲ مین ضرب دو

$۲ \times (ح - \frac{ح - س}{۲}) = ۲ح - ۲ \times \frac{ح - س}{۲}$ یہی حاصلضرب ہوا

خطوط وحدانی کو دور کیا

$$= ۲ح - ح - س$$

$$= ۲ح - \overline{ح - س}$$

$$= ۲ح - ح + س$$ دوسرے قاعدے کے موافق

$$= ح + س$$

(۴) ح + س − (ح − س) کا اختصار کرو

ح + س − (ح − س) = ح + س − ح + س بموجب دوسرے قاعدے کے

= ۲ س

(۵) ح ط − ح − س × ط کا اختصار کرو

ح ط − ح − س × ط = ح ط − ح ط − س ط

= ح ط − ح ط + س ط بموجب دوسرے قاعدے کے

= س ط

(۶) $\frac{ح}{س}$ − $\frac{ح - س}{س}$ کا اختصار کرو

$\frac{ح}{س} - \frac{ح - س}{س} = \frac{ح - ح - س}{س}$ بموجب ۳۶ دفعہ کے

$= \frac{ح - ح + س}{س}$

$= \frac{س}{س}$

= ۱

(۷) ۱ + $\frac{ح + د}{ح - د}$ اسکا اختصار کرو

۱ + $\frac{ح + د}{ح - د} = \frac{ح - د}{ح - د} + \frac{ح + د}{ح - د}$

$= \frac{ح - د + ح + د}{ح - د}$ بموجب ۳۵ دفعہ کے

$= \frac{۲ ح}{ح - د}$

خطوط وحدانی سے کبھی دو معنی بھی نکلتے ہین مثلاً $ح^{۲} - ح س$ یا $ح^{۲} - ح س^{۱}$ یہان خطوط وحدانی سے ایک یہہ معنی نکلے کہ ح — س کل مقدار کا مجذور کرنا ہے اور دوسرے یہہ کہ جب اوسکا مجذور نکل آوے تو اوس مجذور کی کل مقادیر مفردہ کو $ح^{۲}$ مین سے تفریق کرنا ہے جب دونون عمل پورے ہوجاوین تب خطوط وحدانی کو مٹا دو

امثال

(۱) ح + (ح — س) کا اختصار کرو

ح + (ح — س) = ح + ح — س بموجب قاعدہ پہلے کے

= ۲ح — س

(۲) ح + س + (ح — س) کا اختصار کرو

ح + س + (ح — س) = ح + س + ح — س بموجب قاعدہ پہلی کے

= ۲ح

(۳) ح — (ح — س) کا اختصار کرو

ح — (ح — س) = ح — ح + س بموجب دوسری قاعدہ کے

= س

دوسرا قاعدہ

اسلیے بموجب ۱۰ دفعہ کے جب خط وحدانی کے داہنی طرف — ہو تو خط وحدانی کے تلے جو علامات ہون اونکو بدل دو یعنی + کی بجاے — لکھو اور — کی بجاے + لکھو بعدازان خطوط وحدانی کو مٹا دو

اسی قاعدے کی مثال عددون مین لکھتے ہین مثلاً ۸ - ۶ - ۳ اسکے یہہ معنی ہوے کہ ۶ مین سے ۳ تفریق کرکے باقی کو ۸ مین سے تفریق کرنا ہے تو ۶ — ۳ = ۳

اور ۸ — ۳ = ۵ یہی جواب ہوا

اگر خطوط وحدانی نہ کھینچے جاوین اور مثال مذکورہ اسطرح ۸ - ۶ - ۳ لکھی جاوے تو اسکے یہہ معنی ہونگے کہ ۸ مین سے ۶ تفریق کرکے حاصل تفریق مین سے ۳ تفریق کردو سکا — ۱ جواب ہوگا اسلیے خطوط وحدانی کے مٹانے کے پیشتر انکے اندر جو مقادیر ہوتے ہین انکی علامت بدل دیتے ہین مثلاً ۸ - ۶ - ۳ = ۸ - ۶ + ۳ = ۵

مگر جب ضرب و قسمت اور صعود و نزول مین سے کسی عمل کی علامت خطوط وحدانی کے ساتھہ لگی ہو تو جب تک وہ عمل پورا نہو تب تک خطوط وحدانی کو مت مٹاؤ

کل مقدار کو ح مین سے تفریق کرنا ہے اور بعد تفریق کرنے کے خطوط وحدانی کو مٹا دو

۴۱ دفعہ کی پہلی مثال

بموجب ۱۵ دفعہ کے س — ط اور ح کو جمع کرنا یہی ہے کہ اونکو مع اپنی اپنی علامت کے ایک سیدہ مین لکھو ح + س — ط

پہلا قاعدہ

اسلیے جب واسطے جمع کے خط وحدانی آتا ہے یعنی اوسکے دہنی طرف + علامت جمع ہوتی ہے تو خط وحدانی رکھنے کی احتیاج نہین ہے

۴۱ دفعہ کی دوسری مثال

بموجب ۱۸ دفعہ کے جب ایک مقدار کو دوسری مقدار مین سے تفریق کرتے ہین تب جس مقدار کو گھٹاتے ہین اوسکے سب مقادیر مفردہ کی علامات بدل دیتے ہین یعنی + کی جگہہ — لکھدیتے ہین اور — کی جگہہ + لکھدیتے ہین اور پھر بموجب قاعدہ جمع کے جمع کرتے ہین مثلاً س — ط کو ح مین سے گھٹانا ہوتا ہے تو بجای س — ط کے — س + ط لکھکر اسی ح مین جمع کردینگے چنانچہ ح — س + ط حاصل جمع ہوگا

مرکب یا اوسکے اجزاے مضروب پر فقط ایک ایسا ـــ سیدھا خط کھینچ دیتے ہین مثلاً ح ـــ س ـــ ط اسکے وہی معنی ہوے جو ح ـــ (س ـــ ط) کے ہین ـــ س ـــ ط اسکے وہی معنی ہوے جو ـــ س ـــ ط کے ہین س ـــ ط² کے وہی معنی ہوے جو (س ـــ ط)² کے ہین اور یہہ بھی یاد رکھو کہ کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون کے درمیان جو خط سیدھا کھنچا رہتا ہے اوسے شمار کنندہ اور نسب نما دونون کا خط وحدانی سمجھنا چاہیے

مثلاً س ـــ ط / ح ہی اس سے جو مراد ہے وہی س ـــ ط ÷ ح یا س ـــ ط ÷ ح سے مراد ہے اور ح ـــ س / ط ـــ ع سے جو مراد ہے وہی ح ـــ س ÷ ط ـــ ع یا (ح ـــ س) ÷ (ط ـــ ع) سے بھی مراد ہے

دفعہ ۴۳ خطوط وحدانی کے ساتھہ جس عمل کی علامت لکھی ہو اوس عمل کے پورے ہوجانے کے بعد خطوط وحدانی کو دور کرو

مثلاً ح + [س ـــ ط] اس مثال مین خطوط وحدانی فقط اس مراد سے لکھا گیا ہے کہ س ـــ ط کل مقدار مرکب کو ح مین جمع کرنا ہے اسلیے جمع کے عمل کی علامت خط وحدانی کے داہنی طرف لکھی ہے اور جب دونون مقادیر جمع ہوجاوین تب خطوط وحدانی کا رکھنا کچھہ ضرور نہین ہے اسلیے ح ـــ س ـــ ط مین خط وحدانی کے داہنی طرف جو ـــ علامت واقع ہے اوس سے مراد ہے کہ س ـــ ط

مقدار کل پر جو عمل کرنا منظور ہوتا ہے اسکی علامت خطوط وحدانی کے ساتھ لکھدیتے ہین اور لفظ وحدانی سے ایک ہونا مراد ہے ٭
مثلاً ح + (س — ط) اسکے یہہ معنی ہین کہ س — ط کو ح مین جمع کرنا ہے ح — (س — ط) کے یہہ معنی ہین کہ س — ط کو ح مین سے تفریق کرنا ہے ح × (س — ط) سے س — ط کو ح مین ضرب دینا مراد ہے
(س — ط)^{۲} سے س — ط کا مجذور کرنا مراد ہے
$\overline{(س — ط}$ سے س — ط کا جذر نکالنا مراد ہے
(ح س^{۲}) سے ح مضروب س کا مجذور کرنا مراد ہے
خطوط وحدانی کے مٹانے سے مقدار کی مراد پلٹ جاتی ہے مثلاً س — ط کو ح بار ضرب دینا ہے تو ح × (س — ط) یون لکھینگے اگر خطوط وحدانی نہ لکھے جاوین اور ح × س — ط لکھا جاے تو یہ برابر ہے ح س — ط کے اور ح × (س — ط) برابر ہے ح س — ح ط کے اسیطرح س — ط کا مجذور لکھنا ہوتا ہے
تو (س — ط)^{۲} لکھینگے اور اگر اوسے خطوط وحدانی کے اندر نہ لکھین مثلاً س — ط^{۲} لکھین تو اسکے معنی یہہ ہوے کہ س مین سے ط کا مجذور تفریق کرنا ہے اور {س — ط^{۲}} کے معنی یہہ تھے کہ س — ط کل مقدار مرکب کا مجذور کرنا ہے اور وہ س^{۲} — ۲ س ط + ط^{۲} کے برابر ہے
دفعہ ۴۲ (بجاے) ایسے خطوط وحدانی کے کل مقدار

(۲۵) $\frac{۲م ن}{ح}$ کو ۲ن پر تقسیم کرو (۳۶) $\frac{س}{ح} + \frac{۱}{۲} \times \frac{س}{ح}$ کو $\frac{س}{ح} - \frac{۱}{۲} \times \frac{س}{ح}$ مین ضرب دو

(۲۶) $\frac{۲د - ۴در}{ر}$ کو ۲د پر تقسیم کرو (۳۷) $\frac{ح^۲ - ح د}{س}$ کو $\frac{ح - د}{س^۲}$ مین ضرب دو

(۲۷) $\frac{۳ح + ۶ح س}{۴}$ کو ۳ح پر تقسیم کرو (۳۸) $\frac{ح^۲ + ح د + د^۲}{ح^۲ - ح د + د^۲}$ کو $\frac{ح - د}{ح + د}$ مین ضرب دو

(۲۸) $\frac{۵ در}{ص}$ کو $\frac{۲د}{ر}$ پر تقسیم کرو (۳۹) $۲ + \frac{د}{۱ - د}$ کو $۱ - \frac{۲}{د}$ پر تقسیم کرو

(۲۹) $\frac{۲ح س ط}{۳ف}$ کو $\frac{ح ط}{س ف}$ پر تقسیم کرو (۴۰) $\frac{۲}{۱ - د}$ کو $\frac{د}{۱ - د}$ پر تقسیم کرو

(۴۰) $\frac{۲س ط}{ح^۲ در}$ کو $- \frac{ح}{۴ د ر}$ پر تقسیم کرو (۴۱) $\frac{س}{۲ح} - \frac{۳ح}{س}$ کو $\frac{۲ح - س}{۴ح}$ پر تقسیم کرو

(۳۱) $د + \frac{۱}{د}$ کو $د + \frac{۱}{د}$ مین ضرب دو (۴۲) اکو $۱ + \frac{۴ - د}{د}$ پر تقسیم کرو

(۳۲) $\frac{د}{ب} + د$ کو $\frac{ب}{د} + \frac{۱}{د}$ مین ضرب دو (۴۳) $\frac{۱}{۲}$ کو $\frac{۱}{۲} - \frac{د}{۲}$ پر تقسیم کرو

(۳۳) $۱ + \frac{۱}{د} + \frac{۱}{۱ - د}$ کو $\frac{۱}{۲}$ مین ضرب دو (۴۴) $\frac{۱}{۱ + د}$ کو ۱ $\frac{۱}{۱ + د}$ پر تقسیم کرو

(۳۴) $۱ - \frac{۲ح}{۱ + ح}$ کو $۱ + \frac{۲ح}{۱ - ح}$ مین ضرب دو (۴۵) ح س کو $\frac{ح - س^۲}{د}$ پر تقسیم کرو

(۳۵) $\frac{۱}{۲} + \frac{۲ - ۳}{۲}$ کو $\frac{۱}{۳} + \frac{۴ - ۲}{۳}$ مین ضرب دو (۴۶) $\frac{ح^۳}{ح^۲ + د^۲}$ کو $\frac{ح - د}{ح + د}$ پر تقسیم کرو

دفعہ ۴۱ جیسے ایک حرف ایک مقدار کے لیے فرض کیا جاتا ہی اور اوسپر جو عمل کرنا منظور ہوتا ہے اوسکی علامت اوس حرف کے ساتھہ لکھتے ہین اوسیطرح دو یا زیادہ مقادیر مفردہ کی ایک مقدار مرکب کو یا دو یا زیادہ اجزاے مضروب کی مقدار کو ایک کل مقدار فرض کرتے ہین اور اوسے

( ) ( ) ( ) ایسے خطوط وحدانی کے اندر لکھنے اور اوس

(۷) $1 \times د^{2} \frac{\times ۲ د}{د ۳}$ کو $\frac{۱ \times د}{د ۲}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $= \frac{۱ + د^{2} + ۲ د}{د ۳} \times \frac{د ۲}{د + ۱} = \frac{۱ + د}{۳}$

$\times \frac{۱ + د}{د} \times \frac{۲ د}{د + ۱} = \frac{۱ + د}{۳} \times ۲ = \frac{۲ + ۲ د}{۳}$

۱۰ سوالات

(۱) $\frac{د}{۲}$ کو ۳ مین ضرب دو

(۲) $\frac{د ۳}{۲}$ کو ۲ مین ضرب دو

(۳) $\frac{د}{۴}$ کو ۲ مین ضرب دو

(۴) $\frac{د}{۳}$ کو ۶ مین ضرب دو

(۵) $\frac{ح - د}{۲}$ کو ۴ مین ضرب دو

(۶) $\frac{د ۶}{۱۵}$ کو ۶۰ مین ضرب دو

(۷) $\frac{د ۲}{۲۱}$ کو ۸۴ مین ضرب دو

(۸) $\frac{۳ د - ۵}{۲}$ کو ۶ مین ضرب دو

(۹) $\frac{۱۲ + ۹ د}{۱۶}$ کو ۸۰ مین ضرب دو

(۱۰) $\frac{۸ - ۶ د}{۴}$ کو ۹ مین ضرب دو

(۱۱) $\frac{۶ د + ۱۳}{۱ \frac{۱}{۴}}$ کو ۱۰ مین ضرب دو

(۱۲) $\frac{۲ د}{۷ \frac{۱}{۲}} - ۱$ کو ۱۵ مین ضرب دو

(۱۳) $\frac{۳ د + ۴}{۵ \frac{۱}{۲}}$ کو ۱۱ مین ضرب دو

(۱۴) $\frac{د - ۱ \frac{۲}{۳}}{۲ \frac{۱}{۳}}$ کو ۷ مین ضرب دو

(۱۵) $\frac{۲ \frac{۱}{۲} - ۳ \frac{۱}{۴} د}{۲ \frac{۱}{۲}}$ کو ۱۰ مین ضرب دو

(۱۶) $\frac{د ۳}{۲}$ کو $\frac{۱}{۲}$ مین ضرب دو

(۱۷) $\frac{د ۳}{۲}$ کو $\frac{د ۲}{۳}$ مین ضرب دو

(۱۸) $\frac{۲ - د ۳}{۴}$ کو $\frac{۴}{۵}$ مین ضرب دو

(۱۹) $\frac{۱}{د ۲}$ کو $\frac{۲}{۳}$ مین ضرب دو

(۲۰) $\frac{د}{۲} + \frac{د}{۳}$ کو $د - \frac{۱}{د}$ مین ضرب دو

(۲۱) $\frac{د ۵}{۲}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۲۲) $\frac{د ۳}{۴}$ کو ۵ پر تقسیم کرو

(۲۳) $\frac{د ۳}{۴}$ کو ۶ پر تقسیم کرو

(۲۴) $\frac{۲۱ ح د}{۴}$ کو ح پر تقسیم کرو

امثال

(۱) $\frac{۲}{د}$ کو $\frac{۳}{ر}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{۲}{د} \div \frac{۳}{ر} = \frac{۲}{د} \times \frac{ر}{۳} = \frac{۲ر}{۳د}$$

(۲) $\frac{ح د}{س ر}$ کو $\frac{ح}{س}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{ح د}{س ر} \div \frac{ح}{س} = \frac{ح د}{س ر} \times \frac{س}{ح} = \frac{ح س د}{ح س ر} = \frac{د}{ر}$$ بموجب ۳۴ دفعہ کے

(۳) $\frac{۲ ح س}{۳ د ر}$ کو $\frac{س}{د}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{۲ ح س}{۳ د ر} \div \frac{س}{د} = \frac{۲ ح س}{۳ د ر} \times \frac{د}{س} = \frac{۲ ح س د}{۳ س د ر} =$$

$$\frac{۲ ح \times س د}{۳ ر \times س د} = \frac{۲ ح}{۳ ر}$$

(۴) $\frac{۱۰ د ۲ ر ۲ ح ۲ س}{۲ د ر}$ کو $\frac{ح س}{۲ د ر}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{۱۰ د ۲ ر ۲ ح ۲ س}{۲ د ر} \div \frac{ح س}{۲ د ر} = \frac{۱۰ د ۲ ر ۲ ح ۲ س}{۲ د ر} \times \frac{۲ د ر}{ح س} = \frac{۲۰ د ۲ ر ۲ ح ۲ س ح س ۲ د ر}{۲ د ر ح س} = ۲۰ د ۲ ر ۲ ح$$

(۵) $\frac{ح^۲ - د^۲}{۴}$ کو $\frac{ح}{۲}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{ح^۲ - د^۲}{۴} \div \frac{ح}{۲} = \frac{ح^۲ - د^۲}{۴} \times \frac{۲}{ح} = \frac{ح^۲ - د^۲}{۸}$$

(۶) $\frac{ح^۲ - د^۲}{ح د}$ کو $\frac{ح + د}{ح}$ پر تقسیم کرو

$$\frac{ح^۲ - د^۲}{ح د} \div \frac{ح + د}{ح} = \frac{ح^۲ - د^۲}{ح د} \times \frac{ح}{ح + د} = \frac{ح - د}{د}$$

$$\times \frac{ح + د}{ح} \times \frac{ح}{ح + د} = \frac{ح - د}{د}$$

(۱۱) $\frac{ح+س}{ح}$ کو $\frac{ح-س}{س}$ مین ضرب دو تو

ضرب $= \frac{ح+س}{ح} \times \frac{ح-س}{س}$ اور ح + س کو ح − س مین

ضرب دیا تو $ح^۲ - س^۲$ ہوا اس باعث سے حاصلضرب $= \frac{ح^۲-س^۲}{ح س}$

ایک کسر کو دوسری کسر پر تقسیم کرنے کا قاعدہ

دفعہ ۴۰ اگر مقسوم علیہ کسر ہو تو اوسکو اولٹ دو یعنی اوسکے شمار کنندے کی بجاے نسب نما کو لکھو اور نسب نما کے بجای شمار کنندے کو لکھو پھر بموجب قاعدے ضرب کسور کے دونون کے کسرونکو ضرب کرو

مثلاً $\frac{ح}{س} \div \frac{ط}{ع} = \frac{ح}{س} \times \frac{ع}{ط} = \frac{ح ع}{س ط}$

کیونکہ خارج قسمت ایک ایسی مقدار ہے کہ اگر اوسی مقسوم علیہ مین ضرب دو تو حاصل ضرب برابر ہوگا مقسوم کے اس باعث اگر مقسوم کے ایسے دو اجزا لیے جاوین کہ اونمین سے ایک مقسوم علیہ کے برابر ہو تو دوسرا خارج قسمت کے برابر ہوگا

مثال مندرجۂ بالا مین $\frac{ح}{س}$ مقسوم ہے اور $\frac{ح}{س} = \frac{ح \times ط ع}{س \times ط ع} = \frac{ح ط ع}{س ط ع}$

$= \frac{ط ح ع}{ح س ط} = \frac{ط}{ح} \times \frac{ح ع}{س ط}$ اسمین $\frac{ط}{ح}$ جز مقسوم علیہ ہے

اس باعث سے دوسرا جز $\frac{ح ع}{س ط}$ خارج قسمت ہے

(۷) $\frac{۴د}{۵}$ کو $\frac{۵د}{۴}$ مین ضرب دو

حاصلضرب $= \frac{۴د \times ۵د}{۴ \times ۵}$ اسکے شمار کنندہ اور نسب نما دونون مین ۴ اور ۵ اجزاے مشترک ہین اس باعث اونکو نکال ڈالا تو شمار کنندہ $= د \times د = د^۲$ اور نسب نما $= ۱ \times ۱ = ۱$ اور حاصلضرب $= \frac{د^۲}{۱}$ یا $د^۲$ مگر اس حاصلضرب کو ایک ہی بار دیکھکر نکال لینا چاہیے مثلاً $\frac{۴د}{۵} \times \frac{۵د}{۴} = د^۲$

(۸) $\frac{۲د - ۵}{۴}$ کو ۴ مین ضرب دو

اس سوال کو دیکھتے ہی معلوم ہوتا ہے کہ حاصلضرب ۲د − ۵ ہے کیونکہ کسی ایک چیز یا مقدار کے چہارم حصے کو چوگنا کرو تو حاصلضرب اوس کل چیز یا مقدار کے برابر ہوگا

(۹) $\frac{۲د - ۵}{۴}$ کو ۸ مین ضرب دو

اس سوال مین بعد عمل ضرب کے ۲د − ۵ مقدار ۴ پر پوری تقسیم ہوسکتی ہے اور مقدار مذکور ۸ مین ضرب دی گئی ہے اسلیے بجاے ۴ پر تقسیم کرنے اور ۸ مین ضرب دینے کے ۲د − ۵ کو ۲ مین ضرب دیا تو حاصلضرب ۴د − ۱۰ ہوا

(۱۰) $\frac{۲د - ۵}{۱۶}$ کو ۸۰ مین ضرب دو

$\frac{۸۰}{۱۶} = ۵$ ∴ حاصلضرب $= ۵$ گنا $(۲د - ۵)$ یا

$۱۰د - ۲۵$

(۳) $\frac{۲ح}{۳ر}$ کو $\frac{س}{د}$ مین ضرب دو جواب $\frac{۲ح}{۳ر} \times \frac{س}{د} = \frac{۲ح \times س}{۳ر \times د} = \frac{۲ح س}{۳ ور}$

(۴) $\frac{د}{ح}$ کو $\frac{د}{ح}$ مین ضرب دو حاصلضرب $= \frac{د \times د}{ح \times ح} = \frac{د^۲}{ح^۲}$

(۵) $\frac{ح س}{۲ ور}$ کو $\frac{۲ح س}{۵ ور}$ مین ضرب دو حاصلضرب $= \frac{ح س \times ۲ح س}{۲ ور \times ۵ ور} = \frac{۲ح^۲ س^۲}{۱۰ ور^۲}$

پانچوین مثال کے جواب مین جو کسر لکھی ہے اوسکا اختصار نہین ہوا ہے کیونکہ اوسکے شمار کنندہ اور نسب نما دونون ۲ پر پوری تقسیم ہوسکتی ہین ضرب دینے کے پیشتر یہہ دیکھنا چاہیے تھا کہ حاصلضرب مطلوب کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون مین ۲ سر مشترک ہے اس باعث سے اوسے چھوڑ دیا تھا کیونکہ کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون کو ایک مقدار پر قسمت کرنے سے کسر کی قسمت مین فرق نہین پڑتا اسیطرح اگر حاصلضرب مطلوب کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون مین ایک سے زیادہ اجزا یکسان ہوتے ہین تو اونکو شمار کنندہ اور نسب نما دونون مین سے نکال ڈالتے ہین اس سے حاصلضرب کا اختصار ہوجاتا ہے

امثال

(۶) $\frac{۲ح}{۳د}$ کو $\frac{۳د}{۵ح}$ مین ضرب دو

$\frac{۲ح}{۳د} \times \frac{۳د}{۵ح} = \frac{۲د}{۵}$ حاصلضرب کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون مین جزو ۳ مشترک ہے اسلیے اوسے نکال ڈالا

ایک کسر کو دوسری کسر مین ضرب دینے کا

قاعدہ

دفعہ ۳۹ شمار کنندہ کو شمار کنندہ مین ضرب دو اور نسب نما کو نسب نما مین مثلاً $\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ح ط}{س ع}$

$\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع}$ اسکے یہہ معنی ہین کہ $\frac{ط}{ع}$ کو $\frac{ح}{س}$ بار ضرب دینا ہے $\frac{ط}{ع}$ کو ح مین ضرب دیا تو $\frac{ح ط}{ع}$ ہوا مگر بموجب ۳۲ دفعہ کے $\frac{ح}{س}$ کے معنی ح کا س وان حصہ ہے اور $\frac{ط}{ع}$ کو ح بار ضرب نہین دینا ہے مگر اوسکو ح کے س وین حصہ بار ضرب کرنا ہے اس باعث $\frac{ح ط}{ع}$ کا س وان حصہ یعنی $\frac{ح ط}{ع} \div س = \frac{ح ط}{س ع}$ بموجب ۳۸ دفعہ کے

$\therefore \frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ح ط}{س ع}$ یہی قاعدہ ہے

حاصل چونکہ $\frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} = \frac{ح ط}{س ع}$

$\therefore \frac{ح}{س} \times \frac{ط}{ع} \times \frac{ق}{ل} = \frac{ح ط}{س ع} \times \frac{ق}{ل} = \frac{ح ط ق}{س ع ل}$

اسیطرح سے چار یا زیادہ کسرون کا حاصل ضرب ہو سکتا ہے

امثال

(۱) $\frac{ح}{ر}$ کو $\frac{س}{ط}$ مین ضرب دو جواب $\frac{ح س}{ر ط}$

(۲) $\frac{ح - د}{ر}$ کو $\frac{ح}{د}$ مین ضرب دو $\frac{ح}{د} \times \frac{ح - د}{ر} = \frac{ح ح - ح د}{د ر}$

مثلاً $\frac{ح ط}{س} \div ط = \frac{ح}{س}$ اور $\frac{ح}{س} \div ط = \frac{ح}{س ط}$

کیونکہ بموجب ۳۷ دفعہ کے ط گنا $\frac{ح}{س} = \frac{ح ط}{س}$ اسلیے $\frac{ح ط}{س}$ کا ط وان حصہ یعنی $\frac{ح ط}{س} \div ط = \frac{ح}{س}$ اور چونکہ بموجب ۳۳ دفعہ کے $\frac{ح}{س} = \frac{ح ط}{س ط}$ اور بموجب ۳۷ دفعہ کے $\frac{ح ط}{س ط} = ط$ گنا $\frac{ح}{س ط}$ اس باعث سے $\frac{ح}{س}$ بھی = ط گنا $\frac{ح}{س ط}$ اور $\frac{ح}{س}$ بہ نسبت $\frac{ح}{س ط}$ کے ط گنا بڑا ہے اسلیے $\frac{ح}{س}$ کا ط وان حصہ یا $\frac{ح}{س} \div ط = \frac{ح}{س ط}$

امثال

(۱) $\frac{۲ح}{س}$ کو ۲ پر تقسیم کرو جواب $\frac{ح}{س}$ کیونکہ ۲ح ÷ ۲ = ح

(۲) $\frac{م ح د}{س ر}$ کو م پر تقسیم کرو چونکہ م ح د ÷ م = ح د ∴ خارج قسمت $= \frac{ح د}{س ر}$

(۳) $\frac{ح - ۷د}{ح + د}$ کو ح + د پر تقسیم کرو چونکہ شمار کنندہ ح − ۷د ÷ ح + د = ح − د

∴ خارج قسمت $= \frac{ح - د}{ح + د}$

(۴) $\frac{۲ح س - ۲ح^۲}{ط}$ کو ۲ح پر تقسیم کرو

چونکہ ۲ح س − ۲ح^۲ ÷ ۲ح = س − ح ∴ خارج قسمت

$= \frac{س - ح}{ط}$

اور $\frac{ح}{س}$ط کسر مین مثل ح کے حصے ط دفعہ لیے گئے ہین
اس باعث سے $\frac{ح}{س}$ط کسر کو نسبت $\frac{ح}{س}$ کسر کے ط دفعہ بڑی ہے

امثال

(۱) $\frac{ح}{س}$ کو ۲ مین ضرب دو

حاصلضرب = $\frac{۲ح}{س}$ کیونکہ دو سے ضرب دیا گیا $\frac{ح}{س}$ = $\frac{ح}{س}$ + $\frac{ح}{س}$ = $\frac{ح+ح}{س}$ = $\frac{۲ح}{س}$

(۲) $\frac{ح}{س^{ر}}$ کو م مین ضرب دو

م × $\frac{ح}{س^{ر}}$ = $\frac{م ح}{س^{ر}}$ یہی حاصلضرب ہوا

(۳) $\frac{ح}{ح+د}$ کو ، مین ضرب دو

حاصلضرب = ، × $\frac{ح}{ح+د}$ = $\frac{، ح}{ح+د}$

(۴) $\frac{ح}{س-د}$ کو ۲ح مین ضرب دو

حاصلضرب = ۲ح × $\frac{ح}{س-د}$ = $\frac{۲ح^{۲}}{س-۲ح د}$

کسر کو عدد صحیح پر تقسیم کرنیکا قاعدہ

دفعہ ۳۸ اگر کسر کا شمار کنندہ عدد صحیح پر پورا تقسیم ہو جاوے تو خارج قسمت کے تلے کسر کا نسب نما لکھو یا کسر کے نسب نما کو عدد صحیح مین ضرب دیکر نیا نسب نما فرض کرو اور اوسکے اوپر کسر کا شمار کنندہ لکھو

(۲۱) $\frac{۵د+۴}{۹}$ کو $\frac{۱۰د+۱۷}{۱۸}$ ایضاً (۲۸) $\frac{د}{۱۰}+\frac{۴}{۲۵}$ کو $\frac{۱۱د-۱۳}{۲۵}$ ایضاً

(۲۲) $\frac{۲د-۳}{۴}$ کو $\frac{۵د-۱}{۸}$ ایضاً (۲۹) $\frac{ح}{س+ط د}$ کو $\frac{ح}{س}$ ایضاً

(۲۳) $\frac{۳ر+۵د+۱۳}{۱۰}$ کو $\frac{۳د+ر+۱۴}{۵}$ ایضاً (۳۰) $\frac{۲د}{د+ر}$ کو $\frac{د+ر}{ر}$ ایضاً

(۲۴) $\frac{۱۵+۳د}{۱+د}$ کو $\frac{۲۴}{۱+د}$ ایضاً (۳۱) $\frac{۲}{۱+د}$ کو $\frac{۳+۲د}{۱+۲د+۲د}$ ایضاً

(۲۵) $\frac{۲}{د}+\frac{۴}{۳د}$ کو $\frac{۳}{د}+\frac{۵}{۴د}$ ایضاً (۳۲) $\frac{د-ر}{د+ر}$ کو $\frac{د+ر}{د-ر}$ ایضاً

(۲۶) $\frac{د}{۱+د}$ کو $\frac{۳د}{۲+۲د}$ ایضاً

(۲۷) $\frac{۲د-۷}{۲۱}$ کو $\frac{۳د+۷}{۱۴}$ ایضاً

قاعدہ ضرب و تقسیم کسور

کسر کو عدد صحیح مین ضرب دینے کا قاعدہ

دفعہ ۳۷ کسر کے شمار کنندہ کو عدد صحیح مین ضرب دیکر حاصلضرب کے تلے کسر کا نسب نما لکھو ——— مثلاً $ط \times \frac{ح}{س} = \frac{ح ط}{س}$

$\frac{ح}{س}$ اور $\frac{ح ط}{س}$ ان دونون کسرون مین ایک کے س حصے ہوے ہین اور $ح$ کسر مین ویسے حصے ح لیے گئے ہین

∴ حاصل تفریق = $\frac{۵ح س}{۱۲} - \frac{۴ح س}{۱۲} = \frac{ح س}{۱۲}$

۹ سوالات

(۱) $\frac{د}{۵}$ ، $\frac{۲د}{۵}$ اور $\frac{۳د}{۵}$ انکو جمع کرو (۱۱) $د - \frac{۳د}{۴}$ اور $\frac{۲د}{۳} - ۴$ کو ایضاً

(۲) $\frac{۲ح س}{۳}$ اور $\frac{ح س}{۴}$ کو ایضاً (۱۲) $\frac{د}{۹}$ ، $\frac{۷د}{۳} - ۶$ اور $\frac{۴د}{۱۲} + ۱$ کو ایضاً

(۳) $\frac{۲ح}{۳}$ ، $\frac{ح}{۴}$ اور $\frac{ح}{۱۲}$ کو ایضاً (۱۳) $\frac{۴د}{۱۰} - ۵$ ، $\frac{۲د}{۵}$ اور $\frac{۷د}{۲۰} + ۶$ کو ایضاً

(۴) $\frac{ح + د}{۵}$ اور $\frac{ح - د}{۵}$ کو ایضاً (۱۴) $\frac{۳}{د}$ ، $\frac{۱}{۳د}$ اور $\frac{۴}{۵د}$ کو ایضاً

(۵) $\frac{۲د + ۱}{۷}$ اور $\frac{۴د - ۵}{۷}$ کو ایضاً (۱۵) $\frac{۴}{۵ر}$ ، $\frac{۱}{۲ر}$ اور $\frac{۳}{۴ر}$ کو ایضاً

(۶) $\frac{۲د + ۱}{۷}$ اور $\frac{۴د - ۵}{۲۱}$ کو ایضاً (۱۶) $\frac{د}{ح}$ ، $\frac{ر}{س}$ ، $\frac{ص}{ط}$ کو ایضاً

(۷) $\frac{۱}{ح}$ ، $\frac{۲}{ح}$ اور $\frac{۳}{ح}$ کو ایضاً (۱۷) $\frac{در - ح س}{ح س}$ ، $\frac{در - س ط}{س ط}$ اور ۲ کو ایضاً

(۸) $\frac{۱}{ح س}$ ، $\frac{۲}{ح س}$ اور $\frac{۳}{ح س}$ کو ایضاً (۱۸) $\frac{ح - س}{ح س}$ ، $\frac{س - ط}{س ط}$ ، $\frac{ط - ح}{ح ط}$ کو ایضاً

(۹) $\frac{۲}{در}$ ، $\frac{۱}{د}$ اور $\frac{۱}{ر}$ کو ایضاً (۱۹) $\frac{۴د}{۵}$ کو $\frac{۹د}{۱۰}$ مین سے تفریق کرو

(۱۰) $\frac{۱}{ح}$ ، $\frac{۲}{ح س}$ ، $\frac{۳}{ح س ط}$ کو ایضاً (۲۰) $\frac{۷د}{۸}$ کو د مین سے تفریق کرو

ان کسرون کا نسب نما یکسان مختصر ۳۰ ہے

$\frac{۲۷د}{۶} = \frac{۱۳۵د}{۳۰}$ ، $\frac{۲۳د}{۵} = \frac{۱۱۸د}{۳۰}$

∴ حاصل جمع $= \frac{۱۳۵د + ۱۱۸د}{۳۰} = \frac{۲۵۳د}{۳۰} = \frac{۹۱د}{۵}$

(۳) $\frac{۲د}{ح}$ ، $\frac{۶د}{ح س}$ اور $\frac{۸د}{ح س}$ کو جمع کرو

ان کسرون کا یکسان نسب نما مختصر ۲۴ ح س ہے اور یہہ ۳۱ دفعہ کے تمیسری مثال مین مندرج ہے اور ۲۴ ح س مین مقدار ۲ ح ، ۱۲ س دفعہ جا سکتی ہے اور ح س ، ۴ دفعہ اور ۸ ح س ۳ دفعہ

∴ $\frac{۲د}{ح} = \frac{۱۲ س د}{۲۴ ح س}$ ، $\frac{۶د}{ح س} = \frac{۲۴د}{۲۴ ح س}$ ، $\frac{۸د}{ح س} = \frac{۲۴د}{۲۴ ح س}$

اسلیے حاصلجمع $= \frac{۱۲ س د + ۲۴د + ۲۴د}{۲۴ ح س} = \frac{۱۲ س د + ۷۶د}{۲۴ ح س}$

(۴) $\frac{۲ح}{۷س}$ کو $\frac{۹ح}{۷س}$ مین سے تفریق کرو

$\frac{۹ح}{۷س} - \frac{۲ح}{۷س} = \frac{۹ح - ۲ح}{۷س} = \frac{۷ح}{۷س} = \frac{ح}{س}$

(۵) $\frac{۲۳د}{۲۴}$ کو $\frac{۳د}{۲۴}$ مین سے تفریق کرو

$\frac{۳د}{۲۴} = \frac{۳د \times ۶}{۴ \times ۶} = \frac{۱۸د}{۲۴}$

∴ حاصل تفریق $= \frac{۱۸د}{۲۴} - \frac{۲۳د}{۲۴} = \frac{۱۸د}{۲۴} - \frac{۲۳د}{۲۴} = \frac{۵د}{۸}$

(۶) $\frac{۵ح س}{۴}$ مین سے $\frac{۷ح س}{۶}$ کو تفریق کرو

ان کسرون کے نسب نماؤن کا ۱۲ اختصار متساوی ہے

$\frac{۵ح س}{۴} = \frac{۱۵ح س}{۱۲}$ اور $\frac{۷ح س}{۶} = \frac{۱۴ح س}{۱۲}$

حاصل

زیادہ محنت پڑی اسلیے اس مثال کو اس طرح پر حل کرتے ہین کہ ہر ایک کسر کے (۶ د) نسب نما کو اسطرح پر لکھا جای کہ ہر ایک کسر کی قسمت مین کچھ فرق نہ پڑے

مثلاً $\frac{۱}{۲د} = \frac{۱×۶}{۲د×۶} = \frac{۶}{۱۲د}$ ، $\frac{۱}{۴د} = \frac{۱×۳}{۴د×۳} = \frac{۳}{۱۲د}$ ، $\frac{۲}{۶د} = \frac{۲×۲}{۶د×۲} = \frac{۴}{۱۲د}$

∴ حاصل جمع $= ۶ × \frac{۳}{۱۲د} = ۲ × \frac{۳}{۶د} = \frac{۱۱}{۶د}$ یہی جواب پہلے بھی آیا تھا

کسرون کے نسب نماؤن کا ذوالضعاف اقل ہر ایک کسر کے نسب نما پر پورا تقسیم ہوسکتا ہے اسلیے ان خارج قسمتون مین اپنے اپنے شمار کنندے اور نسب نما کو ضرب دو کسرون کے یکسان نسب نما مختصر ہو جاوینگے

امثال

(۱) $\frac{د}{۲}$ ، $\frac{د}{۳}$ اور $\frac{د}{۴}$ کو جمع کرو

نسب نماؤن کا ذوالضعاف اقل ۱۲ ہے جسمین ۲ ، ۶ دفعہ جاسکتا ہے اور ۴ ، ۳ دفعہ اسلیے ہر ایک کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ۶ ، ۴ اور ۳ مین علیحدہ علیحدہ ضرب دیا

$\frac{د}{۲} = \frac{د۶}{۱۲}$ ، $\frac{د}{۳} = \frac{د۴}{۱۲}$ ، $\frac{د}{۴} = \frac{د۳}{۱۲}$

∴ حاصلجمع $= \frac{د۶}{۱۲} + \frac{د۴}{۱۲} + \frac{د۳}{۱۲} = \frac{د۱۳}{۱۲}$

(۲) $\frac{د۷}{۶}$ ، $\frac{د۲۳}{۹}$ اور $\frac{د}{۳۶}$ کو جمع کرو

مثالین

(۱) $\frac{ح}{د}$ ، $\frac{س}{د}$ اور $\frac{ط}{د}$ کو جمع کرو ان سب کسرون کے نسب نما یکسان ہین اس باعث $ح + س + ط$ حاصل جمع ہوا

(۲) $\frac{ح}{د}$ اور $\frac{س}{۲د}$ ان کو جمع کرو ان کسرون کے نسب نما مختلف ہین مگر $\frac{ح}{د} = \frac{۲ح}{۲د}$ اسلیے $\frac{۲ح}{۲د} + \frac{س}{۲د} = \frac{۲ح+س}{۲د}$ یہی حاصل جمع ہوا

(۳) $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{د}{ح}$ کو جمع کرو

$\frac{۱}{۲} = \frac{ح}{۲ح}$ ∴ حاصل جمع $= \frac{ح}{۲ح} + \frac{د}{ح} = \frac{ح+۲د}{۲ح}$

(۴) $\frac{د}{۲}$ ، $\frac{د}{۳}$ اور $\frac{د}{۴}$ کو جمع کرو

$\frac{د}{۲} = \frac{د×۴×۳}{۲×۴×۳} = \frac{۱۲د}{۲۴}$ $\frac{د}{۳} = \frac{د×۴×۲}{۳×۴×۲} = \frac{۸د}{۲۴}$

اور $\frac{د}{۴} = \frac{د×۳×۲}{۴×۳×۲} = \frac{۶د}{۲۴}$ ∴ حاصلجمع $= \frac{۱۲د}{۲۴} + \frac{۸د}{۲۴} + \frac{۶د}{۲۴} = \frac{۲۶د}{۲۴}$

(۵) $\frac{۱}{د}$ ، $\frac{۱}{۲د}$ اور $\frac{۱}{۳د}$ انکو جمع کرو

$\frac{۱}{د} = \frac{۱×۲د×۳د}{د×۲د×۳د} = \frac{۶د^۲}{۶د^۳}$ ، $\frac{۱}{۲د} = \frac{۱×د×۳د}{۲د×د×۳د} = \frac{۳د^۲}{۶د^۳}$

اور $\frac{۱}{۳د} = \frac{۱×د×۲د}{۳د×۲د×د} = \frac{۲د^۲}{۶د^۳}$ اسلیے حاصل $= \frac{۶د^۲}{۶د^۳} + \frac{۳د^۲}{۶د^۳} + \frac{۲د^۲}{۶د^۳} = \frac{۱۱د^۲}{۶د^۳}$ اس کسر کا بموجب ۳۴ دفعہ کے $\frac{۱۱}{۶د}$ اختصار ہوا بموجب قاعدہ جمع کے اس مثال کا یہہ جواب نکلا مگر آسمین

بھی جمع کر سکتے ہین علم حساب مین جو قاعدہ جمع کرنے کسور کا لکھا ہے وہ امثال مندرجۂ بالا سے نکلتا ہے چنانچہ تصدیقاً لکھا جاتا ہے

قاعدہ

ہر ایک کسر کے شمار کنندہ کو سوائے اوسکے نسب نما کے اورون کے نسب نماؤن مین ضرب دو تو اِن حاصلضربون کا مجموعہ حاصل جمع مطلوب کا شمار کنندہ ہوگا اسکے تلے تمام نسب نماؤن کا متواتر حاصلضرب لکھو

ایک کسر مین سے دوسری کسر کو تفریق کرنیکا

قاعدہ

دفعہ ۳۶ جمع کرنے مین جو عمل کیا جاتا ہے وہی عمل تفریق مین بھی جاری رہتا ہے فقط اتنا تفاوت ہے کہ ایک کسر کے شمار کنندے کو دوسری کسر کے شمار کنندے سے مین سے تفریق کرتے ہین

مثلاً $\frac{ح}{س} - \frac{ط}{ع} = \frac{ح ع - س ط}{س ع}$ اور $\frac{ح}{س} - ط = \frac{ح - س ط}{س}$

اگر کسی مقدار صحیح کو کسر کی صورت مین لانا ہوتا ہے تو اوسکے تلے ایک نسب نما لکھو مثلاً $ح = \frac{ح}{۱}$ $ر = \frac{ر}{۱}$ $ح - س = \frac{ح - س}{۱}$ وغیرہ

اسکا یہہ باعث ہے کہ بموجب ۳۳ دفعہ کے $ح = \frac{ح \times ۱}{۱} = \frac{ح}{۱}$

حاصل جمع برابر ہے $\frac{ح+ط}{س}$ اسکے یہہ معنی ہوے کہ ایک کے س برابر حصے کیے گئے ہین اور ویسے ح اور ط حصے لیے گئے ہین

اسیطرح سے $\frac{ح}{س}+\frac{ط}{س}+\frac{ف}{س}=\frac{ح+ط+ف}{س}$ اور اسیطرح پر چار یا زیادہ کسور کو جمع کر سکتے ہین

دوم اگر کسور کے نسب نما مختلف ہوتے ہین تو بجاے اونکے ایسی کسور رکھو کہ اونکے قسمت مین فرق نہو اور اونکے نسب نما یکساں ہون بموجب ۳۳ دفعہ کے یہہ عمل ہو سکتا ہے

مثلاً $\frac{ح}{س}$ اور $\frac{ط}{ع}$ کسرون کو جنکے نسب نما مختلف ہین جمع کرو

$\frac{ح}{س}=\frac{ح\times ع}{س\times ع}$ اور $\frac{ط}{ع}=\frac{س\times ط}{س\times ع}$ اس باعث سے $\frac{ح}{س}+\frac{ط}{ع}$ ۳۳+ دفعہ

$=\frac{ح\times ع}{س\times ع}+\frac{س\times ط}{س\times ع}=\frac{ح\times ع+س\times ط}{س\times ع}$ بموجب پہلے قاعدے کے

ان $\frac{ح}{س}$ $\frac{ط}{ع}$ $\frac{ق}{ل}$ کسرون کو جمع کرو

$\frac{ح}{س}=\frac{ح\times ع\times ل}{س\times ع\times ل}$ $\frac{ط}{ع}=\frac{ط\times س\times ل}{ع\times س\times ل}=\frac{س\times ط\times ل}{س\times ع\times ل}$ کیونکہ

بموجب ۵ دفعہ کے $ط\times س=س\times ط$ اور $ع\times س=س\times ع$ اور

اسیطرح $\frac{ق}{ل}$ کے $=\frac{س\times ع\times ق}{س\times ع\times ل}=\frac{س\times ع\times ق}{س\times ع\times ل}$ اس باعث سے

$\frac{ح}{س}+\frac{ط}{ع}+\frac{ق}{ل}=\frac{ح\times ع\times ل}{س\times ع\times ل}+\frac{س\times ط\times ل}{س\times ع\times ل}+\frac{س\times ع\times ق}{س\times ع\times ل}=$

$\frac{ح\times ع\times ل+س\times ط\times ل+س\times ع\times ق}{س\times ع\times ل}$ اسیطرح پر چار یا زیادہ کسور کو

(۲) $\frac{۴ح س}{۲ ا ح ط}$ کا اختصار کرو (۷) $\frac{م د - ن د}{م ن د}$ کا ایضاً

(۳) $\frac{۲۰ ح س^{۴}}{۵ ا ح^{۴}}$ کا ایضاً (۸) $\frac{۲ د^{۲} - ۳ د}{۵ د}$ کا ایضاً

(۴) $\frac{۳ ح س د^{۲}}{۶ ح د}$ کا ایضاً (۹) $\frac{۱۴ ح^{۳} + ۲۱ ح^{۲}}{۳ ح^{۲} س}$ کا ایضاً

(۵) $\frac{۵ ح^{۲} د^{۲} ر^{۳}}{۵ ا ح^{۲} ر^{۳}}$ کا ایضاً (۱۰) $\frac{۱۴ س ط + ۲ ط}{۲ ا ح ط}$ کا ایضاً

(۶) $\frac{ح س^{۳} د}{۲ ا ح^{۴} س^{۲} د}$ کا ایضاً (۱۱) $\frac{۳ ح د - ۲ د^{۲}}{۲ ا ح د - ۳ ا د^{۲}}$ کا ایضاً

(۱۲) $\frac{م ن ع - م^{۲} ع + م ع^{۲}}{م^{۲} ع - م ع ن + م ع^{۲}}$ کا ایضاً

قاعدہ جمع و تفریق کسور

دو یا زیادہ کسور کے جمع کرنیکا قاعدہ

دفعہ ۳۵ اول اگر سب کسرون کے نسب نما یکسان ہون تو انکے شمار کنندون کو جمع کرکے حاصل جمع کے نیچے وہی یکسان نسب نما لکھو

مثلاً $\frac{۱}{۴} + \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۴}$ اسیطرح $\frac{ح}{س} + \frac{ط}{س} = \frac{ح + ط}{س}$

کیونکہ $\frac{ح}{س}$ اور $\frac{ط}{س}$ ہر ایک کسر میں ہر ایک کے س برابر حصے کیے گئے ہین اور ویسے ح اور ط حصے لیے گئے ہین اسلیے ویسے ح اور ط حصونکا

(۹) $\frac{۲ح د - ۲د^۲}{۲ح د} = \frac{ح - د}{ح}$

(۱۰) $\frac{ح^۲ + ح س}{ح^۲ - ح س} = \frac{ح + س}{ح - س}$

(۱۱) $\frac{۲ح^۲ س - ۳ح س^۲}{۷ح س ط} = \frac{۲ح - ۳س}{۷ط}$

(۱۲) $\frac{ح د - ۲ح د^۲}{۳ح د} = \frac{۱ - ۲د}{۳}$

(۱۳) $\frac{د^۲ - ر^۲}{د + ر} = \frac{د - ر}{۱}$

(۱۴) $\frac{ط - د}{\sqrt{ط} + \sqrt{د}} = \frac{۱}{\sqrt{ط} - \sqrt{د}}$

(۱۵) $\frac{۱ - د}{۱ + \sqrt{د}} = \frac{۱ - \sqrt{د}}{۱}$

(۱۶) $\frac{لا^۲ - ۱}{۱ + لا} = \frac{لا - ۱}{۱}$

قاعدۂ مندرجۂ بالا سے کسور کا اختصار ہوجاتا ہے کیونکہ جب ایک کسر کا شمار کنندہ اور نسب نما دونون جس مقدار پر پورے تقسیم ہو جاوین اوس مقدار پر اون کو قسمت کرنے سے کسر مذکور کی صورت مختصر ہو جائیگی

۸ سوالات

(۱) $\frac{۲ح د}{۳د}$ کا اختصار کرو

یہان پر مقدار ن کے بجاے چاہو سو عدد فرض کرلو

$\frac{ن ح}{ن س}$ مین ایک کی ن س برابر حصے ہوے ہین اور $\frac{ح}{س}$ مین ایک کے س برابر حصے ہوے ہین اسلیے $\frac{ن ح}{ن س}$ کا ہر ایک حصہ $\frac{ح}{س}$ کے ہر ایک حصے کا $\frac{۱}{ن}$ حصہ ہوگا کیونکہ جب ایک ہی تعداد پر قسمت کیجاوے اور وہی تعداد کسی چھوٹی تعداد پر قسمت کیجاوے تو پہلا خارج قسمت چھوٹا ہوگا بہ نسبت دوسرے خارج قسمت کے اسلیے ایک کے ن س وین حصے کو ن دفعہ لیوین تو $\frac{ن ح}{ن س}$ برابر ہوگا $\frac{ح}{س}$ کے

دفعہ ۳۴ چونکہ $\frac{ن ح}{ن س} = \frac{ح}{س}$ اس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ اگر ایک کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون ایک ہی مقدار پر تقسیم کیے جاوین تو بھی کسر کی قسمت بدستور رہیگی

امثال

(۱) $\frac{ح}{س} = \frac{ح \times ط}{س \times ط} = \frac{ح ط}{س ط}$

(۲) $\frac{ح}{س} = \frac{ح \times ف ق}{س \times ف ق} = \frac{ح ف ق}{س ف ق}$

(۳) $\frac{ح}{د} = \frac{۲ ح}{۲ د}$

(۴) $\frac{ح}{د} = \frac{ح^۲}{ح د}$

(۵) $\frac{ا}{ا + د} = \frac{ر}{ر + د ر}$

(۶) $\frac{۳ ح - س}{۲ ح - ۳ س} = \frac{۳ ح س - س^۲}{۲ ح س - ۳ س^۲}$

(۷) $۳۲ ح = \frac{۳۲ ح}{۱} = \frac{۵۲ ح}{۷}$

(۸) $\frac{ح د - د^۲}{ح د} = \frac{ح - د}{۲ د}$

ح اور نسب نما س انکی جگہہ چاہو سو فرضی رکھلو

دفعہ ۳۲ اب اس بات کو دکھلاتے ہین کہ $\frac{ح}{س}$ کے یہہ معنی ہین کہ ایک کے س حصے برابر ہوے ہین اور ویسے ح حصے لیے ہین جبکہ ایک کے س برابر حصے ہوے ہین تو یہہ صاف ظاہر ہے کہ ہر ایک حصہ ایک کا س وان حصہ ہوگا اور $\frac{ح}{س}$ سے یہہ مراد ہے کہ ویسے حصے ح لیے ہین یعنی ایک کے س وین حصے کو ۱+۱+۱+۱ وغیرہ تعداد ح تک لیے ہین اور ۱+۱+۱+۱ وغیرہ کا حاصل جمع برابر ہے ح کے اسلیے $\frac{ح}{س}$ برابر ہے ح کے س وین حصے کے

دفعہ ۳۳ اگر کسی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونون کو ایک مقدار مین ضرب دیوین تو اوس کسر کی قیمت مین کچھہ فرق نہین پڑتا مثلاً $\frac{ح}{س} = \frac{۲ح}{۲س} = \frac{۳ح}{۳س} = \frac{ن ح}{ن س}$ کیونکہ $\frac{۲ح}{۲س}$ سے یہہ مراد ہے کہ ایک کے ۲س برابر حصے ہوے ہین اور ویسے ۲ح حصے لیے ہین اگر ایک کے ۲س حصے کیے جاوین اور ایک ہی کے س برابر حصے کیے جاوین تو ہر ایک پہلا حصہ بہ نسبت دوسرے حصے کے نصف ہوگا اسلیے پہلی قسم جو ۲ح حصے لیے جاوین اور دوسری قسم کے ح حصے لیے جاوین تو اِن حصون کی تعداد برابر ہونگی

اس باعث سے $\frac{ح}{س} = \frac{۲ح}{۲س}$

اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ $\frac{ح}{س} = \frac{۳ح}{۳س} = \frac{ن ح}{ن س}$

(۴) ح د اور س د انکا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۵) س $د^2$ اور س $^2د^3$ انکا ایضاً (۱۷) $ح^2$ $د^2$ اور $ح^4$ کا ایضاً

(۶) ح ع $د^2$ اور $ح^2$ ع د انکا ایضاً (۱۸) $ح^4$ $د^2$ ۱۲ اور ۲۴ کا ایضاً

(۷) ۵ $ح^2$ س د اور ۲۰ ح س $د^2$ کا ایضاً (۱۹) ۱۲ $ح^2$ $ح^4$ $د^2$ $د^3$

(۸) ۱۵ $ح^6$ $س^2$ اور ۳ $ح^2$ $س^6$ کا ایضاً $د^2$ $د^3$ اور ۹ کا ایضاً

(۹) ۹ $ح^4$ $س^6$ ط اور ۷ $ح^6$ $س^9$ ط کا ایضاً (۲۰) ۱۲ $د^2$ $د^2$ $د^3$ اور ۲۴ کا ایضاً

(۱۰) ۱۴ $م^2$ ن $ع^3$ اور ۷ م ن ع کا ایضاً (۲۱) ح د اور س د کا ایضاً

(۱۱) ح س $د^2$ اور ۲ ح ط $د^2$ کا ایضاً (۲۲) ح د اور ۲ $د^2$ کا ایضاً

(۱۲) $\frac{۴}{۵}$ $ح^2$ اور $\frac{۲}{۵}$ ح س کا ایضاً (۲۳) $د^2$ $د^2$ $د^8$ کا ایضاً

(۱۳) ح س ف ح طف اور س ط ف کا ایضاً (۲۴) ح س ح ط اور س ط کا ایضاً

(۱۴) ع $د^2$ $د^2$ اور ح ع کا ایضاً (۲۵) $د^2$ $د^2$ اور ۲ $د^2$ کا ایضاً

(۱۵) ۱۲ اور ۲۴ کا ذو ضعاف اقل نکالو (۲۶) س ف $ط^2$ ف $ط^2$ اور

(۱۶) $د^2$ ۱۶ اور ۲۰ کا ایضاً س ط کا ایضاً

بیان کسور

حد لفظ کسر کے جو معنی علم حساب مین ہین وہی جبر و مقابلے مین بھی ہین مثلاً $\frac{س}{ح}$ سے یہ مراد ہے کہ ایک یا کل مقدار کے س حصے برابر کے ہوے ہین اور ویسے ح حصے لیے ہین اور شمار کنندہ

اسلیے ۲×۲×۲×۲×۵=۸۰ یہی ذواضعاف اقل ہوا

(۳) ۲ح۲ و ۹ح س اور ۸ح س کا ذواضعاف اقل نکالو

۲ح۲=۲×ح×ح ۹ح س=۳×۳×ح×س

۸ح س=۲×۲×۲×ح س ان مین ۲،۳ح۲ اور س

یے اجزا مختلف اور ایک مقدار مین ۲،۳ دفعہ آیا ہے اس باعث

۲×۲×۲×۳×ح×س=۲۴ح س

ذواضعاف اقل ہوا

(۴) ۸ح۲ و ۱۲ح۳ اور ۲۰ح۴ کا ذواضعاف اقل نکالو

۸ح۲=۲×۲×۲×ح ح ۱۲ح۳=۲×۲×۳×ح ح ح

۲۰ح۴=۲×۲×۵×ح ح ح ح انمین ۲،۳،۵ و ح اجزا مختلف

ہین اور ایک مقدار مین ۲،۳ دفعہ آیا ہے اور ح ۴ دفعہ اسلیے

۲×۲×۳×۵×ح ح ح ح=۶۰ح۴

یہہ ذواضعاف اقل ہوا

۷ سوالات

(۱) ۱۲۸ اور ۸۴ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو ۲ ۱۲۵ اور ۹۰۰ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

(۳) ۹۰ و ۱۰۰ اور ۱۴۰ انکا مقسوم علیہ اعظم نکالو

ذواضعاف اقل ہے

اسلیے اگر دو یا زیادہ مقادیر کا ذواضعاف اقل نکالنا ہو تو ہر ایک مقدار کے ایسے اجزا نکال لو کہ اونکا متواتر حاصلضرب برابر ہوگا مقدار مذکور کے اور انسے ایک ایسی مقدار بناؤ کہ جس مین ہر ایک مقدار کے مختلف اجزا پائے جاوین اور اگر کسی مقدار مین کوئی جز دو یا زیادہ دفعہ آیا ہو تو اوس سے جو مقدار بناؤ اوسمین زیادہ سے زیادہ تعداد مکرر خبر کی لکھو اسیطرح سے جو مقدار بنیگی وہ سب مقدارون کا ذواضعاف اقل ہوگی

مثالین

(۱) ۳ ، ۱۰ اور ۶ کا ذواضعاف اقل نکالو

۳ = ۳ × ۱ ، ۱۰ = ۲ × ۵ ، ۶ = ۲ × ۳

اسلیے ۳ ، ۲ ، ۵ اجزاے مختلف ہین اور کسی مقدار مین ایک جز دو یا زیادہ دفعہ نہین آیا اس باعث ۳ × ۱ × ۲ × ۵ = ۳۰ یہ ذواضعاف اقل ہوا

(۲) ۸ ، ۶ ، ۱۰ اور ۲۰ کا ذواضعاف اقل نکالو

۸ = ۲ × ۲ × ۲ ، ۱۶ = ۲ × ۲ × ۲ × ۲

۱۰ = ۲ × ۵ اور ۲۰ = ۲ × ۲ × ۵

انمین ۲ اور ۵ مختلف اجزا ہین مگر ایک مقدار مین عدد ۲ چار دفعہ آیا ہے

کیونکہ ۱۵ پر ۳ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اور ۳ کا بھی ۵ ضعف ہے کیونکہ ۵ × ۳ پر ۵ دفعہ پورا تقسیم ہو سکتا ہے اسلیے ۵ اور ۳ کا ۱۵ ذوا ضعاف ہے اور علے ہذا القیاس ۵ اور ۳ کے ۳۰ اور ۴۵ ذوا ضعاف ہین مگر ضعف کے سب عددون مین سے چھوٹا عدد ۱۵ ہے اسلیے ۵ اور ۳ کا ۱۵ ذوا ضعاف اقل ہے ح کا ۲ ح س ضعف ہے کیونکہ ۲ ح س مین مقدار ح ۲ س دفعہ گھٹ سکتی ہے اور س کا بھی ۲ ح س ضعف ہے کیونکہ ۲ ح س مین مقدار س ۲ ح دفعہ گھٹ سکتی ہے اسلیے ح اور س کا ۲ ح س ذوا ضعاف ہوا مگر ۲ ح س کو ح اور س کا ذوا ضعاف اقل اسلیے نہین کہہ سکتے کہ ح اور س کا ح س بھی ذوا ضعاف ہے اور یہ بہ نسبت ۲ ح س کے چھوٹا ہے اسلیے ح اور س کا ح س ذوا ضعاف اقل ہوا

امثال مندرجۂ بالا سے یہہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ جب ایک مقدار دوسری مقدار کی ضعف ہوگی تو دوسری مقدار ضعف کا ایک جز ہوگی اور دو یا زیادہ مقادیر کی اگر ایک مقدار ذوا ضعاف ہو تو ہر ایک مقدار ذوا ضعاف کا جز ہوگی اس سے یہ قاعدہ نکلتا ہے کہ مقادیر مطلوب کا حاصلضرب اونکا ذوا ضعاف ہوگا مگر یہہ اون مقدارون کا ذوا ضعاف اقل ہو یا نہو مثلاً ۲ ۴ ۶ کا ۲ × ۴ × ۶ یا ۴۸ حاصلضرب ذوا ضعاف ہے مگر ۲ ۴ ۶ اور ۶ کا ۱۲

مذکور کے مثلاً ۲ح۲ س ط۲ = ۲ ح ح س ط ط اور ۴ح۳ س۲ ط =
۲×۲ ح ح س س ط اس باعث سے ۲ح۲ س ط۲ اور ۴ح۳ س۲ ط
کا مقسوم علیہ اعظم برابر ہوگا اون کے ۲ح ح س ط اجزاے
مشترک کے حاصلضرب ۲ح۲ س ط کے

۳ ح۴ د۲ ر اور ۶ح۲ س د کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

۳ ح۴ د۲ ر = ۳ ح ح ح ح د د د د ر اور ۶ح۲ س د

= ۲ × ۳ × ح ح س د ان مین ۳ح ح د
اجزاے مشترک ہین اسلیے ۳ × ح ح دیا ۳ح۲ د
مقسوم علیہ اعظم ہوا

ذو اضعاف اقل کے بیانمین

دفعہ ۲۰ حد اگر ایک مقدار دوسری مقدار پر پوری تقسیم ہوجاے تو پہلی مقدار کو دوسری مقدار کا **ضعف** کہتے ہین اس باعث سے اگر ایک مقدار دو یا زیادہ مقادیر پر علیحدہ علیحدہ پوری تقسیم ہوجاے تو پہلی مقدار کو اون مقدارون کا ذو اضعاف کہتے ہین اور اسی طرح اگر کوئی اور چھوٹی مقدار اون مقدارون پر علیحدہ علیحدہ پوری تقسیم ہوجاے تو ایسی چھوٹی مقدار کو اون چھوٹی مقدارون کا **ذو اضعاف اقل** کہتے ہین مثلاً ۱۲ کا ۶ ضعف ہے

مثال

۳۸۵ اور ۳۹۶ کا مقسوم علیہ اعظم نکالو

۵	۳۸۵
۷	۷۷
۱۱	۱۱
۱	

۲	۳۹۶
۲	۱۹۸
۳	۹۹
۳	۳۳
۱۱	۱۱
۱	

∴ ۳۸۵ = ۵ × ۷ × ۱۱

۳۹۶ = ۲ × ۲ × ۳ × ۳ × ۱۱

اور چونکہ ۳۸۵ اور ۳۹۶ کے جزون مین ۱۱ مشترک ہے اس باعث سے ان عددون کا ۱۱ مقسوم علیہ اعظم ہے

علم حساب مین دو یا زیادہ عددون کے مقسوم علیہ اعظم کے نکالنے کا جو قاعدہ مندرج ہے اوس قاعدے کے بموجب جبر و مقابلے مین دو یا زیادہ مقدارون کا مقسوم علیہ اعظم نکل آتا ہے

دفعہ ۲۹ ربط کرنے سے مقادیر جبریہ کے بھی ایسے اجزا نکل آتے ہین جنکو متواتر ضرب کرنے سے حاصلضرب اخیر برابر ہوتا ہے مقادیر مذکور کے اور اگر مقدار مفرد ہوتی ہے تو اوسکے ایسے اجزا بآسانی نکل سکتے ہین جنکا حاصلضرب برابر ہوتا ہے مقدار مفرد

اسیطرح ۲۲۴ کے ایسے اجزا نکالو کہ اونکا حاصلضرب ۲۲۴ ہو

۲	۲۲۴
۲	۱۱۲
۲	۵۶
۲	۲۸
۲	۱۴
۷	۷
۱	

∴ ۲۲۴ = ۲×۲×۲×۲×۲×۷

پہلی مثال مین ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۳ پر ۳ دفعہ پورا تقسیم ہوگیا اور ۶۳ ۲۱ ۷ اِن مین سے کسی عدد پر اخیر خارج قسمت ۷ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا +

دوسری مثال مین ۲ پر ۲۲۴ ۵ دفعہ پورا تقسیم ہوگیا اور اخیر خارج قسمت ۷ عدد ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا

اسلیے ۱۸۹ کے ۳ ۳ ۳ اور ۷ اجزا مطلوب ہین اور ۲۲۴ کے ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ اور ۷ اجزا مطلوب ہین اس بحث دونون معادیز کا ۷ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۱۸۹ اور ۲۲۴ کا وہی ۷ مقسوم علیہ اعظم ہے

حاصلضرب برابر ہو دوسری مقدار کے تو دفعتاً معلوم ہوجائیگا کہ دونون مقادیر مذکور مین کون کون سے مقسوم علیہ مشترک ہین اور ان مقسوم علیہ مشترک کا حاصلضرب دونون مقادیر مذکور کا مقسوم علیہ اعظم ہوگا

دفعہ ۲۸ اسیطرح علم حساب مین جب ایک عدد کے ایسے اجزا نکالنے ہوتے ہین تو ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ وغیرہ اعداد مین سے جس عدد پر عدد مذکور پورا تقسیم ہوسکتا ہے اوس عدد پر عدد مذکور کو تقسیم کر خارج قسمت نکال لیتے ہین اور جو یہہ خارج قسمت کسی عدد پر پورا تقسیم ہوسکتا ہے تو اوسے اوس عدد پر تقسیم کر خارج قسمت نکال لیتے ہین ٭

اسیطرح جو خارج قسمت حاصل ہوتے ہین اون پر عمل مذکور وہان تک جاری رکھتے ہین کہ آخر مین جو خارج قسمت نکلتا ہے وہ سوائے ایک کے کسی اور عدد پر پورا تقسیم نہو سکے مثلاً ۱۸۹ کے ایسے اجزا نکالتے ہین کہ اونکا حاصلضرب ۱۸۹ ہو تو دیکھتے ہین کہ ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۳ پر پورا تقسیم ہوسکتا ہے ٭

مثال

۳	۱۸۹
۳	۶۳
۳	۲۱
۷	۷
	۱

∴ ۱۸۹ = ۳ × ۳ × ۳ × ۷

اسیطرح ۲۲۴ کے ایسے اجزا نکالو کہ اونکا حاصلضرب ۲۲۴ ہو

۲	۲۲۴
۲	۱۱۲
۲	۵۶
۲	۲۸
۲	۱۴
۷	۷
	۱

∴ ۲۲۴ = ۲×۲×۲×۲×۲×۲×۷

پہلی مثال مین ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۳ پر ۳ دفعہ پورا تقسیم ہوگیا اور ۴، ۵، ۶ ان مین سے کسی عدد پر اخیر خارج قسمت ۷ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا +

دوسری مثال مین ۲ پر ۲۲۴ ۵ دفعہ پورا تقسیم ہوگیا اور اخیر خارج قسمت ۷ عدد ۷ پر پورا تقسیم ہوگیا

اسلیے ۱۸۹ کے ۳، ۳، ۳ اور ۷ اجزا مطلوب ہین اور ۲۲۴ کے ۲، ۲، ۲، ۲، ۲ اور ۷ اجزا مطلوب ہین اس باعث دونون معاد یز کا ۷ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۱۸۹ اور ۲۲۴ کا وہی ۷ مقسوم علیہ اعظم ہے

حاصلضرب برابر ہو دوسری مقدار کے تو دفعتاً معلوم ہوجائیگا کہ دونون مقادیر مذکور مین کون کون سے مقسوم علیہ مشترک ہین اور ان مقسوم علیہ مشترک کا حاصلضرب دونون مقادیر مذکور کا مقسوم علیہ اعظم ہوگا

دفعہ ۲۸ اسیطرح علم حساب مین جب ایک عدد کے ایسے اجزا نکالنے ہوتے ہین تو ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ وغیرہ اعداد مین سے جس عدد پر عدد مذکور پورا تقسیم ہوسکتا ہے اوس عدد پر عدد مذکور کو تقسیم کر خارج قسمت نکال لیتے ہین اور جو یہہ خارج قسمت کسی عدد پر پورا تقسیم ہوسکتا ہے تو اوسے اوس عدد پر تقسیم کر خارج قسمت نکال لیتے ہین ٭

اسیطرح جو خارج قسمت حاصل ہوتے ہین اون پر عمل مذکور وہان تک جاری رکھتے ہین کہ آخر مین جو خارج قسمت نکلتا ہے وہ سوائے ایک کے کسی اور عدد پر پورا تقسیم نہو سکے مثلاً ۱۸۹ کے ایسے اجزا نکالتے ہین کہ اونکا حاصلضرب ۱۸۹ ہو تو دیکھتے ہین کہ ۲ پر ۱۸۹ پورا تقسیم نہین ہوسکتا مگر ۳ پر پورا تقسیم ہوسکتا ہے ٭

مثال

۳	۱۸۹
۳	۶۳
۳	۲۱
۷	۷
	۱

∴ ۱۸۹ = ۳ × ۳ × ۳ × ۷

مشترک کہتے ہین کیونکہ وہ مقدار سب مقدارون کا مقسوم علیہ کامل ہے
اس باعث سے سب سے بڑے مقسوم علیہ کامل کو **مقسوم علیہ اعظم**
بولتے ہین مثلا ۱۵ کا ۵ مقسوم علیہ کامل ہے کیونکہ ۵ پر ۱۵ پورا
تقسیم ہوسکتا ہے اور ۵ پر ۲۵ بھی پورا تقسیم ہوسکتا ہے اسلیے
۲۵ کا ۵ بھی مقسوم علیہ کامل ہے اسی سبب سے ۱۵ اور ۲۵ کا ۵ مقسوم علیہ
مشترک ہوا ایسے ہی ۸ اور ۱۲ کا ۴ مقسوم علیہ مشترک ہے اور ان
عددون کا ۴ بھی مقسوم علیہ مشترک ہے اور ۲ سے ۴ بڑا ہے
اور ۸ اور ۱۲ کا ۲ اور ۴ کے سوائے اور کوئی عدد مقسوم علیہ مشترک
نہین ہوسکتا اسلیے ۸ اور ۱۲ کا ۴ مقسوم علیہ اعظم ہوا چونکہ مقدار
ح پر مقدار ۲ح پوری تقسیم ہوسکتی ہے اور مقدار ح پر مقدار ۳ح
بھی پوری تقسیم ہوسکتی ہے اسلیے ۲ح اور ۳ح کا ح مقسوم علیہ
مشترک ہوا اور ۲ح اور ۳ح کا ح کے سوائے اور کوئی مقسوم علیہ
کامل نہین ہے اسلیے اونکا ح مقسوم علیہ اعظم ہوا

مثالون مذکورہ بالا سے یہہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ ایک مقدار کا مقسوم علیہ
کامل اوس مقدار کا ایک جزو ہوتا ہے مثلا ۸ کا ۴ مقسوم علیہ کامل ہے
اور ۸ کا یہ ایک جزو ہے کیونکہ ۴ + ۴ یا ۲ × ۴ = ۸ اسلیے جو ایک مقدار
کے ایسے اجزا نکال لیے جاوین کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو مقدار مذکور کے
اور اسی طرح دوسری مقدار کے بھی ایسے اجزا نکال لیے جاوین کہ اونکا

(۲۲) $۴ح^۲ - ۱۵د^۲ - ۴ح د$ کو $۲ح + ۳د$ پر تقسیم کرو

(۲۳) $۲ح^۲ + ح - ۶$ کو $۲ح - ۳$ پر تقسیم کرو

(۲۴) $۲ح س + ۶ح س ط - ۸ح س ط$ کو $۱ + ۳ط - ۴ط$ پر تقسیم کرو

(۲۵) $۳د^۲ + ۱۶د - ۳۵$ کو $د + ۷$ پر تقسیم کرو

(۲۶) $۳د^۴ + ۱۴د^۳ + ۹د + ۲$ کو $د^۲ + ۵د + ۱$ پر تقسیم کرو

(۲۷) $ح س + ۲ح^۲ - ۳س^۲ - ۴س ط - ح ط - ط^۲$ کو $ح + ۳س + ط$ پر تقسیم کرو

(۲۸) $۱۵ح^۴ + ۱۰ح^۳ د + ۴۴ح^۲ د^۲ + ۶ح د^۳ - ۳د^۴$ کو $۳ح^۲ - د^۲ + ۲ح د$ پر تقسیم کرو

(۲۹) $ل ع^۳ + ۳ع^۲ ل^۲ - ۲ع ل^۳ - ۱۲ل^۴$ کو $ع - ل$ پر تقسیم کرو

(۳۰) $ح^۲ د^۳ + ح^۵ - ۲ح س د^۳ + س^۲ د^۳ + ح^۳ س^۲ - ۲ح^۴ س$ کو $ح د - س د + ح^۲ - ح س$ پر تقسیم کرو

(۳۱) $۳۲د^۵ + ۲۴۳$ کو $۲د + ۳$ پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ اعظم کے بیانمین

دفعہ ۲۷ **حد** اگر ایک مقدار دوسری مقدار پر پوری تقسیم ہوجای تو پہلی مقدار **ضعف** کہلاتی ہے اور دوسری مقدار **مقسوم علیہ کامل** اسلیے جو دو یا زیادہ مقادیر کسی ایک مقدار پر پوری پوری تقسیم ہوجادین تو اس مقدار کو اون مقدارونکا مقسوم علیہ

۶ سوالات

(۱) ۷ د کو ۷ پر تقسیم کرو

(۲) ۷ د کو د پر تقسیم کرو

(۳) ۷ ح د کو ح پر تقسیم کرو

(۴) ۷ ح د کو ۷ د پر تقسیم کرو

(۵) ۳ ح س د کو ح س پر تقسیم کرو

(۶) ۳ ح س ط کو ۳ س ط پر تقسیم کرو

(۷) — ح در کو د پر تقسیم کرو

(۸) ح در کو — د پر تقسیم کرو

(۹) ۶ ح^{۲} م ن کو — ۲ م ن ح پر تقسیم کرو

(۱۰) ۱۴ ح^{۳} د^{۲} ر کو ۷ ح^{۲} ر پر تقسیم کرو

(۱۱) ۷ م ن ع د کو — $\frac{۱}{۲}$ م ن ع پر تقسیم کرو

(۱۲) — $\frac{۲}{۳}$ ح س د^{۲} ر کو — $\frac{۱}{۳}$ ح در پر تقسیم کرو

(۱۳) ۳ ح ط — ۲ ح س ف کو ح پر تقسیم کرو

(۱۴) ۴ ح ط — ۲ ح س ف کو ۲ ح پر تقسیم کرو

(۱۵) ۸ د^{۲} — ۶ در کو — ۲ د پر تقسیم کرو

(۱۶) ۳ س ط + ۴ ح س ط^{۲} — ۶ س^{۲} ط^{۲} کو ۳ س ط پر تقسیم کرو

(۱۷) ۴ ح^{۲} د^{۲} — ۸ ح س د — ۲ ح د کو — ۲ ح د پر تقسیم کرو

(۱۸) ح^{۲} د^{۳} — ۵ ح س د^{۳} + ۶ ح د^{۴} کو ح د^{۲} پر تقسیم کرو

(۱۹) د^{۲} + ۳ د + ۲ کو د + ۲ پر تقسیم کرو

(۲۰) ح ط — س ط + ح ف — س ف کو ح — س پر تقسیم کرو

(۲۱) ۶ + ۳ ح — ۲ س — ح س کو ۲ + ح پر تقسیم کرو

۱ سیلے ۲ح + ۳س — ۴ ط کل خارج قسمت مطلوب ہوا

۴ ۶۴ — ح⁶ کو ۲ — ح پر تقسیم کرو

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
(۲ — ح)	۶۴ — ح⁶	(۳۲ + ۱۶ح + ۸ح² + ۴ح³ + ۲ح⁴ + ح⁵

۶۴ — ۳۲ح

۳۲ح — ح⁶

۳۲ح — ۱۶ح²

۱۶ح² — ح⁶

۱۶ح² — ۸ح³

۸ح³ — ح⁶

۸ح³ — ۴ح⁴

۴ح⁴ — ح⁶

۴ح⁴ — ۲ح⁵

۲ح⁵ — ح⁶

۲ح⁵ — ح⁶

۱ سیلے ۳۲ + ۱۶ح + ۸ح² + ۴ح³ + ۲ح⁴ + ح⁵ خارج قسمت حاصل ہوا

اس مثال مین یہہ دیکھنا چاہیے کہ مقدار ح مقدار ح۲ مین ح۲ دفعہ منہا ہوسکتی ہے اسلیے ح کو خارج قسمت مطلوب کی اول رقم فرض کرو اور سے مقسوم کی بائین طرف لکھا پھر ح — س مقسوم علیہ کو ح مین ضرب دیکر ح۲ — ح س حاصلضرب کو مقسوم مین سے منہا کیا تو — ح س + س۲ باقی رہا اس باقی کو نیا مقسوم فرض کر اس باقی کی — ح س مقدار مفرد کو ح پر تقسیم کیا تو — س خارج قسمت حاصل ہوا اور یہہ خارج قسمت مطلوب کا دوسرا حصہ ہوا پھر ح — س مقسوم علیہ کو — س مین ضرب دیکر — ح س + س۲ حاصلضرب کو باقی مذکور مین سے گھٹایا تو کچھہ باقی نرہا اسلیے ح — س کل خارج قسمت مطلوب ہوا

(۳) ۲ح۲ + ۳ س۲ + ۴ ط۲ — ۵ ح س — ۷ ح ط — ۷ س ط کو ح + س — ط پر تقسیم کرو مقسوم اور مقسوم علیہ کی مقادیر مفردہ کو بہ ترتیب توتون حرف ح کے لکھا

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
ح + س — ط	۲ح۲ + ۵ ح س — ۷ ح ط + ۳ س۲ — ۷ س ط + ۴ ط۲	۲ح + ۳ س — ۴ ط
	۲ح۲ + ۲ ح س — ۲ ح ط	
	+ ۳ ح س — ۴ ح ط + ۳ س۲ — ۷ س ط + ۴ ط۲	
	+ ۳ ح س + ۳ س۲ — ۳ س ط	
	— ۴ ح ط — ۴ س ط + ۴ ط۲	
	— ۴ ح ط — ۴ س ط + ۴ ط۲	

اسلیے ط + ف خارج قسمت ہوا

مثال مندرجۂ بالا مین مقسوم علیہ کی اول رقم ح مقسوم کی اول رقم ح ط مین ط دفعہ منہا ہو سکتی ہے اسلیے ط کو کل خارج قسمت کا ایک حصہ فرض کرا و سے مقسوم کی بائین طرف لکھا پھر ح + س مقسوم علیہ کو ط مین ضرب کر ح ط + س ط حاصلضرب کو مقسوم مین سے گھٹا دیا تو + ح ف + س ف باقی رہا اس باقی کو نیا مقسوم فرض کرا سکو ح پر تقسیم کیا تو + ف خارج قسمت حاصل ہوا یہہ خارج قسمت مطلوب کا دوسرا جز ہوا اسے بائین طرف لکھا تو ط + ف کل خارج قسمت مطلوب ہوا اور تقسیم کرنیکے بعد کچھہ باقی نرہا

(۲) $ح^۲ + س^۲ - ۲ح س$ کو ح — س پر تقسیم کرو

مقسوم اور مقسوم علیہ کی رقمون کو بہ ترتیب قوتون ح کے لکھا تو ح — س مقسوم علیہ اور $ح^۲ - ۲ح س + س^۲$ مقسوم ہوا

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
(ح — س)	$ح^۲ - ۲ح س + س^۲$	(ح — س
	$ح^۲ - ح س$	
	$- ح س + س^۲$	
	$- ح س + س^۲$	

مقسوم علیہ کو اسطرح پر ۳۲ لکھتے ہین اور اس سے یہ مراد ہی
کہ ۳ × ۱۰ + ۲ اور اسیطرح ۳۸۴ کے یہہ معنی ہین کہ
۳ × ۱۰² + ۸ × ۱۰ + ۴ پس قسمت کرنے مین مقسوم علیہ کی
پہلی رقم یعنے ۳ × ۱۰ یا ۳۰ مقسوم کی پہلی رقم یعنی ۳ × ۱۰² یا ۳۰۰
مین ۱۰ دفعہ جا سکتی ہے اسلیے ۱۰ خارج قسمت کا ایک حصہ ہوا پھر
۱۰ گنا ۳۲ یعنے ۳۲۰ کو ۳۸۴ مین سے تفریق کیا تو ۶۴ باقی رہا
اوسکو نیا مقسوم فرض کرکے ۳۲ پر تقسیم کیا تو ۲ خارج قسمت حاصل
ہوا اور کچھہ باقی نرہا اس خارج قسمت کو ۱۰ اول خارج قسمت مذکور
مین جوڑ دیا یعنے ۱۲ کل خارج قسمت مطلوب ہوا

مثالین

(۱) ح ط + س ط + ح ف + س ف کو ح + س پر تقسیم کرو

اس مثال مین بہ ترتیب قوتون حرف ح کے مقسوم اور
مقسوم علیہ کی رقمون کو لکھا

مقسوم علیہ	مقسوم	خارج قسمت
ح + س	ح ط + ح ف + س ط + س ف	ط + ف
	ح ط + س ط	
	+ ح ف + س ف	
	+ ح ف + س ف	

مقدار کے بائین طرف لکھو و علے ہذا القیاس مقسوم و مقسوم علیہ کی جتنی
مقداریں مفرد ہون اونکو اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی
قوتین بڑھتی چلی جاوین

دوم ۲۴ دفعہ کے بموجب مقسوم کی اول مقدار مفردہ کو مقسوم علیہ
کی اول مقدار مفردہ پر تقسیم کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو
اوسے خارج قسمت مطلوب کے پہلے جگہہ پر لکھو

سوم مقسوم علیہ کی ہر ایک مقدار مفردہ کو خارج قسمت کی اول مقدار
مفردہ مین ضرب دو اور کل حاصل ضرب کو مقسوم مین سے منہا کرو

چہارم جو باقی رہے اوسے نیا مقسوم فرض کرو اور بموجب طریق
مذکور کے عمل کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہو اوسے اول مقدار
خارج قسمت کے بائین طرف لکھو یہی عمل جاری رکھو جب تک کچھہ
باقی نرہے پھر جو خارج قسمت حاصل ہو وہی جواب ہوگا یا آخر مین
جو باقی رہے وہ کم ہو مقسوم علیہ سے تو اس باقی کے نیچے مقسوم علیہ
کو لکھہ کر اس کسر کو کل خارج قسمت کے داہنی طرف لکھو یہی خارج قسمت
مطلوب ہوگا

قاعدہ تقسیم مذکورۃ الصدر علم حساب کے قاعدہ تقسیم سے ملتا ہی
مثلاً تین سو چوراسی ۳۸۴ کو بتیس ۳۲ پر تقسیم کرنا ہوتا ہے تو مقسوم
اور مقسوم علیہ کو عدد ۱۰ کی قوتون کے بموجب لکھتے ہین مثلاً بتیس

(۳) $۴ح^{۲}د^{۲} - ۶ح^{۲}س د + ۲ح د^{۳}$ کو $۲ح د$ پر تقسیم کرو

($۴ح^{۲}د^{۲} \div ۲ح د = ۲ح د - ۶ح^{۲}س د \div ۲ح د$

$= - ۳ح س + ۲ح د^{۲} \div ۲ح د = + د$ اسلیے

$۲ح د - ۳ح س + د$ یہہ خارج قسمت مطلوب ہوا)

جبکہ مقسوم علیہ مقدار مرکب ہو تو تقسیم کرنیکا قاعدہ

دفعہ ۲۶ اول مقسوم اور مقسوم علیہ دونون کی مقادیر مفردہ کو موافق قوت ایک حرف کے باترتیب لکھو یعنی حرف مذکور کی سب سے بڑی قوت جس مقدار مین ہو اوسے پہلے رکھو اور اس سے چھوٹی قوت جس مقدار مین ہو اوسے پہلی مقدار کے بائین طرف لکھو اسیطرح جس مقدار مین حرف مذکور کی قوت دوسری مقدار کے حرف مذکور کی قوت سے چھوٹی ہو اوسے دوسری مقدار کے بائین طرف لکھو و علے ہذا القیاس مقسوم اور مقسوم علیہ کی جتنی مقادیر مفرد ہون اونکو اس ترتیب پر لکھو کہ حرف مذکور کی قوتین گھٹتی چلی جاوین

یا مقسوم اور مقسوم علیہ کی مقادیر مفردہ کو برعکس ترتیب بالا کے لکھو یعنے جس مقدار مین حرف مذکور کی قوت سب سے چھوٹی ہو اوسے اول لکھو اور جس مقدار مین اوس سے بڑی قوت ہو اوسے اول

کیا تو م ح + م س + م ط + وغیرہ حاصلضرب ہوا
اسلیے م ح + م س + م ط + وغیرہ کو م پر تقسیم کیا تو
ح + س + ط + وغیرہ خارج قسمت ہوا اس سے
یہہ قاعدہ نکلتا ہے

قاعدہ

بموجب ۲۴ دفعہ کے مقسوم مرکب کی ہر ایک مقدار مفرد کو ایک علیحدہ علیحدہ مقسوم علیہ کی مقدار مفرد پر تقسیم کرو اور جو خارج قسمت حاصل ہوں اونکو جمع کرو تو حاصل جمع برابر ہوگا خارج قسمت مطلوب کے ÷

مثالین

(۱) ح س + ۲ ح ط — ۳ ح ف کو ح پر تقسیم کرو

ح س ÷ ح = س + ۲ ح ط ÷ ح = + ۲ ط — ۳ ح ف ÷ ح = — ۳ ف اسلیے کل مقدار مقسوم کو مقدار ح پر تقسیم کیا تو س + ۲ ط — ۳ ف خارج قسمت مطلوب ہوا

(۲) م د + ن د² — ع ر کو د پر تقسیم کرو

م د ÷ د = م + ن د² ÷ د = ن د ع ر ÷ د = — ع ر
اسلیے کل مقدار کو د پر تقسیم کیا تو م + ن د — ع ر کل خارج قسمت ہوا

(۳) — ۷ح د ر کو ۷ح د پر تقسیم کرو۔

— ۷ح د ر = ۷ح د × — اسلیے — ر خارج قسمت ہوا

(۴) ۶م ن ع ر کو — م ع ر پر تقسیم کرو

۶م ن ع ر = — م ع ر × — ۶ن اسلیے — ۶ن خارج قسمت ہوا

(۵) — ۱۴ح^{۲} س ط کو — ۲ح س پر تقسیم کرو۔

— ۱۴ح^{۲} س ط = — ۲ح س × ۷ح ط اسلیے ۷ح ط خارج قسمت ہوا

(۶) — ۸ح^{۲} س^{۳} ط^{۴} کو ۴ح س ط پر تقسیم کرو

— ۸ح^{۲} س^{۳} ط^{۴} = ۴ح س ط × — ۲ح س^{۲} ط^{۳} اسلیے

— ۲ح س^{۲} ط^{۳} خارج قسمت ہوا

(۷) ۵ح^{۲} س^{۳} ط^{۵} کو ح^{۲} س ط^{۲} پر تقسیم کرو

۵ح^{۲} س^{۳} ط^{۵} = ح^{۲} س ط^{۲} × ۵ح^{۳} س^{۲} ط^{۳} اسلیے ۵ح^{۳} س^{۲} ط^{۳} خارج قسمت ہوا

(۸) ۲۱ م ن^{۳} ع کو $\frac{۳}{۴}$ م ن ع پر تقسیم کرو۔

۲۱ م ن^{۳} ع = $\frac{۳}{۴}$ م ن ع × ۱۴ ن^{۲} اسلیے ۱۴ ن^{۲} خارج قسمت ہوا

مقدار مرکب کو مقدار مفرد پر تقسیم کرنے کا قاعدہ

چونکہ ۱۲ دفعہ کے بموجب ح + س + ط + وغیرہ کو م سے ضرب

مقسوم کے ایسے دو حصے لیے جاویں کہ اونکا حاصل ضرب برابر ہو مقسوم کے اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہوگا خارج قسمت کے مثلاً ۳ د کو د پر تقسیم کرنا ہو تو ۳ د مین د کا ۳ سر ہے اسلیے ۳ خارج قسمت ہوگا +

اور اگر ۳ د کو ۳ پر تقسیم کرنا ہو تو ۳ د مین ۳ کا دسر ہے اسلیے د خارج قسمت ہوگا +

ان مثالون سے یہ قاعدہ نکلتا ہے کہ اگر ایک مقدار مفرد دوسری مقدار مفرد پر پوری دفعہ تقسیم ہوجاوے تو تقسیم کرنے کا یہہ قاعدہ ہے کہ مقسوم کے ایسے دو حصے کرلو کہ اونکا حاصلضرب برابر ہو مقسوم کے

اور ایک حصہ برابر ہو مقسوم علیہ کے تو دوسرا حصہ برابر ہوگا خارج قسمت کے

مثالین

(۱) ۶ ح س ط کو ۲ ح س پر تقسیم کرو

۶ ح س ط = ۲ ح س × ۳ ط اسلیے ۳ ط خارج قسمت ہوا

(۲) ۱۰ در کو ۲ ر پر تقسیم کرو

۱۰ در = ۲ ر × ۵ د اسلیے ۵ د خارج قسمت ہوا

(۲۳) ا − ۲م ن کو ۲م + ن مین ضرب دو (۳۰) ۴م² − ۴م د + د² کو ۲م + د مین ضرب دو

(۲۴) ح² − س ط کو ح ط − س² مین ضرب دو (۳۱) ۴ + ۲د + د² کو ۴ − ۲د + د² مین ضرب دو

(۲۵) ۱ + ۲د + ۳ر کو د − ر مین ضرب دو (۳۲) ح³ − ۲د ح² − د² کو ح³ − د² مین ضرب دو

(۲۶) ح + د − ر کو س − ر مین ضرب دو (۳۳) د³ + ۳د² + ۹د + ۲۷ کو د − ۳ مین ضرب دو

(۲۷) ح ط − س ط + ح ف کو ح − س مین ضرب دو (۳۴) ۲ح² د² + ۳س² ر کو ۲ح² د − ۳س² ر مین ضرب دو

(۲۸) ح³ + ح² + ا کو ح − ا مین ضرب دو (۳۵) ۲ح² − ۳ح س + س² کو ۲ح² + ۳ح س − س² مین ضرب دو

(۲۹) د³ + ح د² + ح² د + ح³ کو د − ح مین ضرب دو

قسمت

الفاظ مقسوم و مقسوم علیہ اور خارج قسمت کے معنی علم حساب اور جبر و مقابلہ مین یکسان ہین ÷

ایک مقدار کو دوسری مقدار پر تقسیم کرنے سے یہ مراد ہے کہ پہلی مقدار مین سے دوسری مقدار کتنی دفعہ گھٹ سکتی ہے اور اگر خارج قسمت کو مقسوم علیہ مین ضرب دو تو حاصلضرب برابر ہوگا مقسوم کے

ایک مقدار مفرد کو دوسری مقدار مفرد پر تقسیم کرنے کا

قاعدہ

دفعہ ۲۴ جو کہ خارج قسمت × مقسوم علیہ = مقسوم اسلیے

(۷) $۲ح^{م} \times ۳ح^{ک} = ۲ \times ۳ \times ح^{م} ح^{ک} = ۶ح^{م+ک}$

(۸) $ح^{ک} \times س د^{ن} = ح س ک د^{ن} = ح س د^{ک+ن}$

(۹) $ح^{ک} \times س د^{ن} \times ط د^{ع} = ح س ط ک د^{ن} د^{ع} = ح س ط د^{ک+ن+ع}$

(۱۰) $۲ح د \times -۳ س ر \times -ح^{۳} د ر = ۲ \times -۳ \times -۱ \times ح^{۴} س د^{۲} ر^{۲}$

$= ۶ح^{۴} س د^{۲} ر^{۲}$

۵ سوالات

(۱) ع در کو س مین ضرب دو

(۲) ۳ م ن کو ع مین ضرب دو

(۳) م + ن ع کو ۳ مین ضرب دو

(۴) ح د + س د^۲ کو ع مین ضرب دو

(۵) ح ف + ۲ س د^ن کو ۲ح مین ضرب دو

(۶) ۴ح^۲ − ۲ح در کو ح د مین ضرب دو

(۷) ۳ د − ۲ در + ۶ کو − در مین ضرب دو

(۸) ۱ − ۲ح د + ۳ س د^۲ کو − ۳ن مین ضرب دو

(۹) ۲ح س − ۳ح ط + ۵ س ف کو − ۲ د مین ضرب دو

(۱۰) ۲ در − ۳ کو ۷ د مین ضرب دو

(۱۱) ۲ح د + س ر − ط ص کو ۲ د ر ص مین ضرب دو

(۱۲) ۲ح^۲ − س د + ف کو س ر مین ضرب دو

(۱۳) ح + د کو س + ر مین ضرب دو

(۱۴) ۶ د + ۴ کو د − ۱ مین ضرب دو

(۱۵) د − ۴ کو د + ۳ مین ضرب دو

(۱۶) ۲ د − ۵ کو ۳ د − ۲ مین ضرب دو

(۱۷) ۱ − د کو د + ۱ مین ضرب دو

(۱۸) ۱ − د کو د − ۲ د^۲ مین ضرب دو

(۱۹) ح د + س ر کو ۲ د − ر مین ضرب دو

(۲۰) ح + ۲ د کو ح − ۳ د مین ضرب دو

(۲۱) ۷ د − ۱ کو ۵ د − ۴ مین ضرب دو

(۲۲) ۲ح د − ۳ س ر کو ۴ ر − ۳ د مین ضرب دو

مقدار م + ن کے = مح + ن بموجب حد مذکور کے +

حاصل

اگر بجای حِ کے ح + س یا ح + س + ط یا اور کوئی مقدار مرکب لکھین تو مقدار مرکب کی توتون کا حاصل ضرب دریافت کرنے کا یہ قاعدہ ہے کہ قوت نماؤن کو جمع کرو اور حاصل جمع کو مقدار مذکور کا نیا قوت نما خیال کرو تو مقدار کی مہیہ قوت برابر ہوگی حاصلضرب مطلوب کے مثلاً ح + س کی دوسری قوت کو ح + س کی تیسری قوت مین ضرب دین تو حاصل ضرب برابر ہوگا

ح + س کی پانچوین قوت کے یعنی $(ح + س^{۲}) \times (ح + س^{۳}) = (ح + س^{۵})$

مثالین

(۱) $۲ د^{۲} \times ۳ د^{۳} = ۲ \times ۳ \times د^{۲} د^{۳} = ۶ د^{۵}$

(۲) $۷ ح د \times ۲ ح در = ۷ \times ۲ \times ح ح د در = ۱۴ ح^{۲} د^{۲} ر$

(۳) $۵ ح^{۲} س ط \times ح س ط = ۵ ح^{۳} ح س س ط ط = ۵ ح^{۴} س^{۲} ط^{۲}$

(۴) $۳ د^{۲} ر^{۲} ص^{۲} \times ۴ د^{۳} ر ص = ۳ \times ۴ د^{۲} د^{۳} ر^{۲} ر ص^{۲} ص = ۱۲ د^{۵} ر^{۳} ص^{۳}$

(۵) $م ن د^{۳} ر \times - ع ر = - م ن ع د^{۳} ر ر = - م ن ع د^{۳} ر^{۲}$

(۶) $- ۴ ح س^{۲} ط د \times - ۲ ح ط د^{۲} ر = ۸ ح ح س^{۲} ط ط د^{۲} د^{۲} ر = ۸ ح^{۲} س^{۲} ط^{۲} د^{۴} ر$

کو ضرب کرنا ہو تو اونکے قوت نماؤن کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو مقدار مذکور کا نیا قوت نما فرض کرو کہ وہی حاصل ضرب مطلوب ہوگا
مثلاً $ح^{۲} \times ح^{۳} = ح^{۵}$ کیونکہ بموجب ۸ دفعہ کے $ح^{۲} = ح \times ح$ اور $ح^{۳} = ح \times ح \times ح$ اسلیے $ح^{۲} \times ح^{۳} = ح ح \times ح ح ح$ $= ح ح ح ح ح = ح^{۵}$ اسیطرح یہہ بھی جانو کہ $ح^{۶} \times ح^{۶} = ح^{۱۲}$
اگر اور اعداد قوت نما ہون تو اونکو جمع کرلو اور حاصل جمع کو مقدار کانیا قوت نما فرض کرو وہی حاصلضرب مطلوب کے برابر ہوگا ٭
مثلاً $ح^{م} \times ح^{ن} = ح^{م+ن}$ اس مثال مین بجای م اور ن کے کوئی عدد فرض کرلو
۸ دفعہ کی حد کے بموجب
$ح^{م} = ح \times ح \times ح$ وغیرہ ح سے ح کو ضرب کرتے جاؤ جب تک حاصلضرب مین ح کی تعداد برابر ہو مقدار م کے و علی ہذا القیاس
$ح^{ن} = ح \times ح \times ح$ وغیرہ ح سے ح کو ضرب کرو جب تک کہ حاصلضرب مین ح کی تعداد برابر ہو مقدار ن کے
$\therefore ح^{م} \times ح^{ن} = ح \times ح \times ح$ وغیرہ کو یہان تک ضرب کرو کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار م کے $\times ح \times ح \times ح$ وغیرہ کو یہان تک ضرب کرو کہ ح کی تعداد برابر ہو مقدار ن کے
$= ح \times ح \times ح$ وغیرہ کو یہان تک ضرب کرو کہ ح کی تعداد برابر ہو

مثال

(۷) د — ر

د + ر

د² — در

+ در — ر²

د² — ر²

یعنے دو مقدارون کے مجموعہ اور حاصل تفریق کو باہم ضرب کرین تو اونکی مجذورونکا حاصل تفریق حاصل ہوتا ہے +

اب ایک ایسی مثال لکھتے ہین کہ جسکے مضروب اور مضروب فیہ کی مقدار مرکب مین دو سے زیادہ مقادیر مفرد ہون +

۲ح + ۳س — ۴ط کو

ح + س — ط مین ضرب دو

۲ح² + ۳ح س — ۴ح ط یہہ حاصلضرب مضروب کو ح مین ضرب کرنے سے ہوا

+ ۲ح س + ۳س² — ۴س ط یہہ حاصلضرب مضروب کو + س مین ضرب کرنے سے ہوا

— ۲ح ط — ۳س ط + ۴ط² یہہ حاصلضرب مضروب کو — ط مین ضرب کرنے سے ہوا

۲ح² + ۵ح س — ۶ح ط + ۳س² — ۷س ط + ۴ط² کل حاصل ضرب ہوا

ایک مقدار کی قوتون کو ضرب کرنے کا قاعدہ

دفعہ ۲۲ ایک مقدار کی جن قوتون کو مثلاً ح² ح³ ح⁴ وغیرہ

۶ + ۳ح یہہ حاصلضرب مضروب کو ۳ مین ضرب کرنے سے ہوا

− ۲س − ح س یہہ حاصلضرب مضروب کو − س مین ضرب کرنے سے ہوا

۶ + ۳ ح − ۲س − ح س کل حاصلضرب ہوا

(۴) ح + س کو

ح + س مین ضرب دو

ح^{۲} + ح س یہہ حاصلضرب مضروب کو ح مین ضرب کرنے سے ہوا

+ ح س + س^{۲} مضروب کو س مین ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

ح^{۲} + ۲ ح س + س^{۲} کل حاصل ضرب ہوا

(۵) ح − س کو

ح − س مین ضرب دو

ح^{۲} − ح س مضروب کو ح مین ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

− ح س + س^{۲} مضروب کو − س مین ضرب کرنے سے یہہ حاصل ضرب ہوا

ح^{۲} − ۲ ح س + س^{۲} کل حاصلضرب مطلوب ہوا

(۶) د − ۲ر کو

۲ د + ۳ ر مین ضرب دو

۲ د^{۲} − ۴ در یہہ حاصلضرب مضروب کو ۲ د مین ضرب کرنے سے ہوا

+ ۳ در − ۶ ر^{۲} یہہ حاصلضرب مضروب کو + ۳ ر مین ضرب کرنے سے ہوا

۲ د^{۲} − در − ۶ ر^{۲} کل حاصل ضرب ہوا

قاعدہ

مضروب کی ہر ایک مقدار مفرد کو مضروب فیہ کی ہر ایک مقدار مفرد مین علٰحدہ علٰحدہ ضرب کرو اور ان حاصل ضربون کو جمع کرو تو یہی حاصل جمع حاصلضرب مطلوب ہوگا ٭

امثال

(۱) د + ا کو

د + ۲ مین ضرب دو

$د^۲$ + د مضروب کو د مین ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

+ ۲د + ۲ مضروب کو ۲ مین ضرب کرنے سے یہہ حاصلضرب ہوا

$د^۲$ + ۳د + ۲ کل حاصلضرب ہوا

(۲) ۲۱ یا ۲۰ + ا کو

۱۹ یا ۲۰ — ا مین ضرب دو

۱۸۹ ۴۰۰ + ۲۰

۲۱ — ۲۰ — ۱

حاصلضرب ۳۹۹ یا ۴۰۰ — ۱

(۳) ۲ + ح کو

۳ — س مین ضرب دو

اگر ح + س کو ط — ف مین ضرب دینا ہو تو اس سے یہ مراد سمجھو کہ ح + س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور ح + س کو ف دفعہ اوسمین سے گھٹانا ہے ح + س کو ط مین ضرب کرنے سے ح ط + س ط حاصل ضرب ہوا اور ح + س کو — ف مین ضرب کرنے سے — ح ف — س ف حاصل ضرب ہوا اسے اگلے حاصل ضرب مین سے بموجب ۱۸ دفعہ کے کم کیا تو ح ط + س ط — ح ف — س ف حاصل ضرب مطلوب ہوا ٭

اگر ح — س کو ط — ف مین ضرب کرنا ہو تو اسکے یہہ معنے ہین کہ ح — س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور اوسمین سے ح — س کو ف دفعہ گھٹانا ہے اس لیے ح ط — س ط مین سے ح ف — س ف گھٹایا تو ح ط — س ط — ح ف + س ف حاصلضرب مطلوب ہوا ٭

اوپر جو مثالین لکھی ہین اونکو ایک جگہہ پر لکھتے ہین

ح + س کو ط + ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ط + س ط + ح ف + س ف

ح + س کو ط — ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ط + س ط — ح ف — س ف

ح — س کو ط — ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ط — س ط — ح ف + س ف

اسیطرح اور مثالون سے بھی یہہ قاعدہ ذیل نکلتا ہے

(۷) ۲ح + ۳س - ۴ط کو ۲ د مین کرنے سے حاصلضرب = ۴ح د + ۶ د س - ۸ د ط

(۸) ح د + رس کو ح د مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح^{۲} د^{۲} + ح د رس

(۹) ح د + رس کو - رس مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = - ح د رس - س^{۲} ر^{۲}

(۱۰) ۷ د - ۴ ر + ۳ کو ۳ د مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ۲۱ د^{۲} - ۱۲ د ر + ۱۸ د

(۱۱) ۶ د^{۲} - ۱۳ د + ۱ کو ۵ مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ۳۰ د^{۲} - ۶۵ د + ۵

(۱۲) د^{۲} - د ع + ع کو د ع مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = د^{۳} ع - د^{۲} ع^{۲} + د ع^{۲}

دو مقادیر مرکب کے ضرب دینے کا

قاعدہ

دفعہ ۲۲ فرض کرو کہ ح + س کو ط + ف مین ضرب دینا ہے تو اس سے یہہ مراد ہے کہ ح + س کو ط + ف دفعہ جوڑنا ہی یعنی ح + س کو ط دفعہ جوڑنا ہے اور پھر اسی ح + س کو ف دفعہ جوڑنا ہے

۲۱ دفعہ مین جو قاعدہ لکھا ہے اوسکے بموجب ح + س کو ط مین ضرب دینے سے ح ط + س ط حاصل ضرب ہوا اسیطرح ح + س کو ف مین ضرب کرنے سے ح ف + س ف حاصلضرب ہوا اسلیے ح + س کو ط اور ف یا ط + ف مین ضرب کرنے سے ح ط + س ط + ح ف + س ف حاصل ضرب مطلوب ہوا ✤

حاصل ضرب ہوا ط کو م مین ضرب کرنے سے م ط حاصل ضرب ہوا وغیرہ اور ان حاصل ضربون کا حاصل جمع م ح + م س + م ط وغیرہ حاصلضرب ہوا کیونکہ یہہ بات ظاہر ہے کہ جن مقادیر مفردہ سے مقدار مرکب بنی ہے اونکو علیحدہ علیحدہ م مین ضرب دیکر حاصلضربون کو جوڑ دیا تو اس حاصلجمع کے یہہ معنی ہوے کہ مقدار مرکب مقدار م مین ضرب دی گئی ہے اور وہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہے اس سے یہہ قاعدہ نکلتا ہے کہ بموجب بیسوین قضیہ کے مضروب کی ہر ایک مقدار مفردہ کو مضروب فیہ کی مقدار مفرد علیحدہ علیحدہ ضرب کر حاصل ضربون کو جمع کرو تو یہی حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہوگا ٭

مثالین

(۱) ح + س - ط کو ۲ مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ۲ح + ۲س - ۲ط

(۲) ح - س + ط کو - ۲ مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = - ۲ح + ۲س - ۲ط

(۳) ح - س + ط کو ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح ف - س ف + ط ف

(۴) ح - س + ط کو - ف مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = - ح ف + س ف - ط ف

(۵) ح د + ر س کو ط مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ح د ط + ر س ط

(۶) ح د + ر س - ص ط کو ۲ ع مین ضرب کرنے سے حاصلضرب = ۲ ح د ع + ۲ ر س ع - ۲ ص ط ع

کے ضرب کرنے کا نکلتا ہے +

قاعدہ

جن دو مقادیر مفردہ کو ضرب کرنا ہو اونکے حروف کو پاس پاس لکھو اور اونکے داہنی طرف اعداد سر کے حاصلضرب کو لکھو اور اوسے حاصل ضرب مطلوب کا سر جانو اگر دونون مقادیر یعنی مضروب اور مضروب فیہ کی علامات یکسان ہون تو حاصلضرب مطلوب کی علامت اثبات ہوگی اور اگر مختلف ہون تو حاصلضرب مطلوب کی علامت نفی ہوگی +

امثال

۲ د × ۵ ر = ۱۰ د ر — ۳ × ۵ ح = — ۱۵ ح

۷ م × — ن = — ۷ م ن ۲ ح س × ۳ ح ط = ۶ ح ح س ط

= ۶ ح² س ط — ۷ ح در × ۴ ح س ط = — ۲۸ ح² س ط در

۲ ح × ۳ س × ۴ ط = ۶ ح س × ۴ ط = ۶ × ۴ × ح س ط = ۲۴ ح س ط

دفعہ ۲۱ مقدار مرکب کو مقدار مفرد مین ضرب کرنیکا **قاعدہ**

فرض کرو کہ ح + س + ط + وغیرہ کو م مین ضرب کرنا ہے تو ح کو م سے ضرب کیا تو م ح حاصلضرب ہوا اس کو م مین ضرب کرنے سے م س

یا — ۲ ح کو ۳ س مین ضرب دو ان دونون سوالون سے یہی مراد ہے کہ ۳ س کو ۲ ح دفعہ گھٹانا ہے اسلیے اگر ۳ س کو ۲ ح دفعہ جمع کرین یعنے ۳ س کو ۲ ح مین ضرب دین تو اس حاصلضرب ۶ ح س اور حاصل ضرب مطلوب مین صرف علامت کا فرق ہوگا اس سبب سے حاصل ضرب — ۶ ح س ہوا +

اگر دونون مقادیر منفیہ ہون مثلاً — ۲ ح اور — ۳ س کو ضرب دو اس سے یہ مراد ہے کہ — ۳ س کو ۲ ح دفعہ کم کرنا ہے یعنے — ۶ ح س گھٹانا ہے مگر بموجب ۱۸ دفعہ کے جو — ۶ ح س کو گھٹاوینگے تو اوسکی علامت کو بدل دینگے یعنے — ۶ ح س کی بجاے + ۶ ح س لکھینگے اور اسکے معنی یہہ ہین کہ ۶ ح س کو جمع کرنا ہے +

امثال مذکور الصدر کو ایک جگہ پر لکھتے ہین

+ ۳ س کو + ۲ ح مین ضرب کرنے سے + ۶ ح س حاصلضرب ہوا

— ۳ س کو + ۲ ح مین ایضاً — ۶ ح س حاصلضرب ہوا

+ ۳ س کو — ۲ ح مین ایضاً — ۶ ح س حاصلضرب ہوا

— ۳ س کو — ۲ ح مین ایضاً + ۶ ح س حاصلضرب ہوا

اسیطرح اور مثالون سے بھی یہی قاعدہ دو مقادیر ہمنمودہ

(۱۰) ۲م ن + ۵م — ۳ن مین سے م ن + م + ن کو ایضاً

(۱۱) — ۲ در + م د — ع ر مین سے — ۳ در — ۲م د — ع ر کو ایضاً

(۱۲) ۵ ح س ط — ۲ ح س — ۳ ح ط مین سے ۲ ح س ط + ح س — ح ط + ا کو ایضاً

(۱۳) ح^{۲} — س^{۲} + ط^{۲} مین سے ح^{۲} — ۲ س^{۲} — ۲ ط^{۲} کو ایضاً

(۱۴) ۴ ح د — ۳ ح^{۲} + ۲ د^{۲} مین سے ۲ ح د — ح^{۲} + ۴ د^{۲} کو ایضاً

(۱۵) ۳ ح^{۲} س + ۲ ح ط^{۲} — ۵ ط^{۲} مین سے ح^{۲} س — ح ط^{۲} — ۷ ط^{۲} کو ایضاً

(۱۶) ۲ در + ۳ ح — ح^{۲} س + ۵ مین سے ۲ ح — ح^{۲} س + ۶ کو ایضاً

(۱۷) $\frac{۲}{۳}$ ح د — $\frac{۱}{۳}$ در + $\frac{۲}{۳}$ مین سے $\frac{۱}{۳}$ ح د + $\frac{۲}{۳}$ در — $\frac{۱}{۳}$ کو ایضاً

(۱۸) ح + س — ط مین سے $\frac{۱}{۲}$ ح — $\frac{۱}{۲}$ س — $\frac{۱}{۲}$ ط کو ایضاً

ضرب کے بیانمین

دفعہ ۲۰ ایک مقدار مفرد کو دوسری مقدار مفرد مین ضرب دینے کا قاعدہ اول اگر دونون مقادیر مفرد مثبتہ ہون مثلاً ۲ ح اور ۳ س تو اونکا حاصل ضرب بموجب ۴ دفعہ کے = ۲ ح × ۳ س = ۲ × ح × ۳ × س اور ح × ۳ = ۳ × ح اسلیے حاصل ضرب مذکور = ۲ × ۳ × ح × س = ۶ ح س کیونکہ ۲ × ۳ = ۶

دوم اگر ایک مقدار منفیہ ہو مثلاً ۲ ح کو — ۳ س مین ضرب دو

دونون حصون کا حاصل جمع = $\frac{1}{2}$

دونون حصون کا حاصل تفریق = $\frac{1}{4}$

بڑا حصہ دوچند = $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

اسلیے بڑا حصہ = $\frac{3}{4}$ کا $\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

اسطرح چھوٹا حصہ دوچند = $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

اسلیے چھوٹا حصہ = $\frac{1}{4}$ کا $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

اسلیے دونون حصے $\frac{3}{8}$ اور $\frac{1}{8}$ دو حصے مطلوب ہوے

۴ سوالات تفریق

(۱) ح مین سے س — د کو کم کرو

(۲) ح + س — ط — ف مین سے ح — س + ط — ف کو گھٹاؤ

(۳) ۲ح — س — ط مین سے ح — س + ۲ ط کو کم کرو

(۴) ۸ح + د — ۵ س — ۵ ط مین سے د + ۲ س — ۵ ط کو ایضاً

(۵) ۳ د + ۲ ر — ۵ ص مین سے ۲ د + ۳ ر + ۴ ص کو ایضاً

(۶) ۲ح د + س ر — ط مین سے ح د — س ر + ط کو ایضاً

(۷) ۳ س ط — ح س + ح مین سے ۲ س ط + ح س — ح کو ایضاً

(۸) در + د^2 + ر^2 مین سے در — د^2 + ر^2 کو ایضاً

(۹) ۲ در + ۳ د^2 + ۴ ر^2 مین سے در — ۲ د^2 — ر^2 کو ایضاً

مین مندرج ہین +

سوالات

(۱) دو عددون کا ۱۰۰ حاصل جمع ہے اور ۵۰ حاصل تفریق بتلاؤ کہ وے کون سے دو عدد ہین +

بڑی مقدار کا دوچند = ۱۰۰ + ۵۰ = ۱۵۰

اسلیے فقط بڑی مقدار = $\frac{۱۵۰}{۲}$ = ۷۵ اور دونون مقادیر کا ۵۰ حاصل تفریق ہے اسلیے بڑی مقدار ۷۵ مین سے دونون مقادیر کے حاصل تفریق کو منہا کیا تو ۷۵ − ۵۰ = ۲۵ یہہ چھوٹی مقدار ہوئی اس باعث سے ۷۵ اور ۲۵ دونون اعداد مطلوب ہوے +

(۲) ایک مرد اور عورت دونون کی عمر ملکر ۷۷ برس کی ہے اور مرد کی عمر عورت کی عمر سے ۷ برس زیادہ ہے تو بتلاؤ کہ ہر ایک کی عمر کتنی ہے +

مرد کی عمر دوچند = ۷۷ + ۷ = ۸۴

اسلیے مرد کی عمر = $\frac{۸۴}{۲}$ = ۴۲ سال اسلیے مرد کے ۴۲ سال مین سے ۷ سال کم کیے تو ۴۲ − ۷ = ۳۵ سال یہی عورت کی عمر ہوئی

۳ ½ کے ایسے ۲ حصے کرو کہ پہلا حصہ دوسرے حصہ سے $\frac{۱}{۴}$ کے برابر بڑا ہو +

(۲۳) $د^۳ - ۳د^۲ + ۶د - ۱۰$ مین سے $د^۳ - ۴د^۲ + ۸د - ۹$ کو کم کرو

حاصل تفریق $= د^۲ - ۲د - ۱$

(۲۴) $ح + \frac{۱}{۲} س + ۱$ مین سے $\frac{۱}{۲} ح + س + \frac{۱}{۲}$ کو کم کرو

$\frac{۱}{۲} ح - \frac{۱}{۲} س + \frac{۱}{۲}$

(۲۵) $\frac{۲}{۳} د^۲ - \frac{۲}{۳} در + \frac{۳}{۴} د^۲$ مین سے $- \frac{۱}{۳} د^۲ - \frac{۱}{۴} در - \frac{۱}{۲} د^۲$ کو کم کرو

حاصل تفریق $= د^۲ - در + ۲د^۲$

دفعہ ۱۹ چونکہ ح + س مین ح − س کو جمع کرنے سے ۲ح حاصل جمع ہوا اور ح + س مین سے ح − س کو کم کرنے سے ۲س حاصل تفریق ہوا اس سے یہہ بات ظاہر ہوتی ہے کہ کسی دو مقادیر کے حاصل تفریق مین اونکا حاصل جمع جوڑا جاوی تو حاصل جمع برابر ہوگا دو چند بڑی مقدار کے اور اگر حاصل تفریق کو حاصل جمع سے کم کرین تو حاصل تفریق برابر ہوگا دو چند چھوٹی مقدار کے بموجب اس قاعدے کے سوالات مندرجۂ ذیل کے جواب نکل آتے ہین +

اور لیلاوتی کے حساب سنسکرت مین یہہ قاعدہ لکھا ہے اور لیلاوتی پڑھنے والے اس قاعدے کی اصل کو بخوبی نہین سمجھتے اور جبر و مقابلے کے پڑھنے والے اوسے بخوبی سمجھ سکتے ہین قاعدے کی اصل کا بیان اوپر ہو چکا ہے اور اوسکے سوالات ذیل

(۱۱) $-۶ح$ مین سے
$-۶ح$ کو گھٹاؤ
حاصل تفریق $= -ع$

(۱۲) $-ح$ مین سے
$-ح$ کو گھٹاؤ
۰

(۱۳) $ح + س$ مین سے
$ح - س$ کو کم کرو
$۲س$

(۱۴) $ح - س$ مین سے
$ح + س$ کو گھٹاؤ
$-۲س$

(۱۵) $ر + ح$ د مین سے
$ر - ح$ د کو گھٹاؤ
$۲ح د$

(۱۶) $۳ح - ۴س + ۶ط$ مین سے
$ح - ۲س + ۹ط$ کو گھٹاؤ
حاصل تفریق $= ۲ح - س - ۳ط$

(۱۷) $۲ح - ۲س + ۴ط - ۲$ مین سے
$۶ح - ۶س + ۴ط - ۱$
حاصل تفریق $= ح + ۴س - ۱$

(۱۸) $۲ح - ۶ح س - ح ط + ۵$ مین سے
$۵ح - ۸ح س - ۲ح ط - ا$ کو کم کرو
$-۳ح + ۲ح س + ح ط + ۶$

(۱۹) $۳ در - د^۲ - ر^۲ + ح$ مین سے
$۲ در + د^۲ + ۲ر^۲ - ل$ کو کم کرو
حاصل تفریق $= در - ۲د^۲ - ۳ر^۲ + ح + ل$

(۲۰) $ح^۲ + ۲ح س - ۳ط^۲$ مین سے
$۲ح^۲ - ۵ح س - ۷ط^۲$ کو کم کرو
$-ع^۲ + ۷ح س + ۴ط^۲$

(۲۱) $۵د^۲ - در + ر^۲$ مین سے
$-د^۲ + ۴در + ۳ر^۲$ کو کم کرو
$۶د^۲ - ۵در - ۲ر^۲$

(۲۲) $۸ح^۲ + د^۲ - ۵س^۲ - ۵ط^۲$ مین سے
$د^۲ + ۲س^۲ - ۵ط^۲$ کو کم کرو
$۸ح^۲ - ۷س^۲$

امثال

(۱) ۳ ح میں سے ح کو تفریق کرو

حاصل تفریق = ۲ ح

(۲) ۷ ح میں سے ۶ ح کو تفریق کرو

$\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$

(۳) $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ کو کم کرو

۰

(۴) ۳ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے $-$ ح کو گھٹاؤ

حاصل تفریق = ۴ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$

(۵) ۷ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے $-$ ۶ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ کم کرو

۱۳ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$

(۶) $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے $-$ ح کو تفریق کرو

حاصل تفریق = ۲ ح

(۷) $-$ ۳ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ کو کم کرو

حاصل تفریق = $-$ ۴ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$

(۸) $-$ ۷ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے ۶ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ کو تفریق کرو

$-$ ۱۳ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$

(۹) $-$ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ کو کم کرو

$-$ ۲ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$

(۱۰) $-$ ۳ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ میں سے $-$ ح کو گھٹاؤ

$-$ ۲ $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$

سے — س نکالین +

تو چونکہ ح = ح + س —— س اسلیے ح مین سے — س کو نکالنے سے ح + س باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا +

امثال مندرجۂ بالا کو ایک جگہہ پر لکھتے ہین

۵ ح مین سے ۲ ح یا + ۲ ح گھٹانے سے + ۳ ح حاصل تفریق ہوا

— ۵ ح مین سے — ۲ ح گھٹانے سے — ۳ ح حاصل تفریق ہوا

— ۵ ح مین سے ۲ ح یا + ۲ ح گھٹانے سے — ۷ ح ایضاً

+ ۵ ح مین سے — ۲ ح گھٹانے سے + ۷ ح ایضاً

ح یا + ح مین سے س یا + س کم کرنے سے ح — س ایضاً

ح یا + ح مین سے — س کم کرنے سے ح + س ایضاً

ایسے ہی اور امثالون سے یہہ ظاہر ہوتا ہے کہ تفریق کرنے کے لیے جو قاعدہ تفریق کا ذیل مین مندرج ہے وہ تفریق کے سوالات حل کرنے کے لیے کافی ہوگا +

قاعدہ

جس مقدار کو تفریق کرنا ہو اوسکی علامت بدل دو یعنی اسکی + علامت اثبات ہو تو اوسکے بجاے علامت نفی کھو اور اگر — علامت نفی ہو تو اوسکے بجاے علامت اثبات لکھو پھر موجب قاعدہ جمع کے حاصل جمع دریافت کرو وہی حاصل تفریق مطلوب ہوگا

— ۵ح مین سے — ۲ح گھٹاؤ +

تو چونکہ — ۵ح = — ۳ح — ۲ح اسلیے — ۵ح مین سے — ۲ح نکالنے سے — ۳ح باقی رہا یہی حاصل تفریق مطلوب ہوا +

دوم اگر دونون مقادیر متماثلہ ہون مگر اونکی علامات مختلف ہون یعنے ایک مقدار مثبت ہو اور دوسری منفی تو اونکی تفریق کرنے کا یہ قاعدہ ہے کہ دونون مقادیر کے سرون کو جمع کرو اور حاصل جمع کو نیا سر جانو اور اوسکی داہنی طرف مفروق منہ کی علامات رکھو یعنی جس مقدار مین سے دوسری مقدار گھٹاؤ اوسکی علامت لکھو اور نئے سر مذکور کے بائین طرف مقدار متماثل کے حرف لکھدو یہی حاصل تفریق مطلوب ہوگا مثلاً — ۵ح مین سے + ۲ح کو گھٹاؤ اسکو — ۵ح — ۲ح اسطرح لکھینگے اور اسکے یہہ معنی ہین کہ مقدار ح کو ۵ دفعہ اور ۲ دفعہ یا ۷ دفعہ گھٹانا ہے اسی واسطے — ۷ح لکھتے ہین ۵ح مین سے — ۲ح کم کرو +

تو چونکہ ۵ح = ۷ح — ۲ح اسلیے ۵ح مین — ۲ح نکالنے سے ۷ح باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا +

سوم اگر مقادیر غیر متماثلہ ہون تو اونکی تفریق کرنے کا یہہ قاعدہ ہے کہ اون مقادیر کو مع علامات ایک سیدہ مین لکھو مثلاً مین سے س کو کم کرنا ہے تو اسکو ح — س لکھتے ہین اور جو ح مین

(۲۷) $ح^2 - ۳ح س - \frac{۲}{۳} س^2$ و $۲س^2 - \frac{۲}{۳} س^3 + ط^2 ح س - \frac{۱}{۳}$
$س^2 + س^3$ اور $۲ح س - \frac{۱}{۳} س^3$ انکا حاصل جمع بتلاؤ

(۲۸) $\frac{۱}{۴} د^2 + ۲$ و $\frac{۳}{۴} د^2 - در + ب^2$ اور م د + ن ر ایضاً

(۲۹) $۴ در - ۴ح ور - ۲ح^2 د + ۲ د^3$ اور $د^2 ر + ح در + ح^2 د - د^3$ ایضاً

(۳۰) $ح ف + ۲س ف - ۳ ط ف^2 + ح ف - \frac{۱}{۲} س ف^2$ اور $\frac{۱}{۲}$
$ح س + ۲ ط ف - ح ط$ اسکا حاصل جمع بتلاؤ

تفریق

دفعہ ۱۸ — ایک مقدار مین سے دوسری مقدار کی تفریق کرنیکا قاعدہ اول اگر دونون مقادیر متماثلہ ہون اور اونکی علامات یکسان ہون یعنے دونون مقادیر مثبت ہون یا منفیہ تو جس مقدار مین سے دوسری مقدار کو گھٹاؤ اوسکے سر مین سے دوسری مقدار کے سر کو گھٹا دو اور حاصل تفریق کو نیا سر مانو اور اوسکے بائین طرف مقدار متماثلہ کے حرف لکھدو اور سر کے داہنی طرف علامت مقادیر متماثلہ رکھدو یہی حاصل تفریق مطلوب ہوگا مثلاً ۵ ح مین سے ۲ ح کو تفریق کرو

نوچونکہ ۵ ح = ۳ ح + ۲ ح اسلیے ۵ مین سے ۲ ح یا + ۲ ح نکالنے سے ۳ ح باقی رہا یہی حاصل تفریق ہوا +

(۹) ۴ع — ۲ل + ۱۱ اور ۷ — ۳ع ایضاً

(۱۰) ۵ح س — ۲س ط اور ح س + س ط ایضاً

(۱۱) ۸م ن + م اور ا — ن — ۷م ن ایضاً

(۱۲) ۲ح د + ۳ س ر اور ح د — س ر ایضاً

(۱۳) ۳ح — ۲س + ۴ ط اور ۲ح — ۳س + ط ایضاً

(۱۴) د ر + د — ۷ اور ۳ د ر — ۲ د + ۳ ایضاً

(۱۵) ع + ل — ع ل اور ۲ع ل — ۳ع + ۲ل ایضاً

(۱۶) $ع^{2}$ + ۲ع ل + $ل^{2}$ اور $ع^{2}$ — ۲ع ل + ل ۲ ایضاً

(۱۷) ۷ح س — ۵ح ط + ۱ اور ح س + ۶ح ط — ۲ ایضاً

(۱۸) ۷ د — ۶ $ر^{2}$ — د — ۳ $ر^{2}$ — د + $ر^{2}$ — ۲ د + ۳ $ر^{2}$ اور د + ۸ ر ایضاً

(۱۹) ۳ $ح^{2}$ — ۸ — ح $ع^{2}$ ح — ۱ — ح — ۱ اور ۹ + ح ایضاً

(۲۰) ح — ۳س + ۳ ط — ف اور ح + ۳س + ۳ط + ف ایضاً

(۲۱) ۹ د — ۸ ر — ۷ اور ۳ ص — ۹ د + ۶ ر + ۷ ایضاً

(۲۲) $ح^{2}$ + ۲ح س + $س^{2}$ اور ۲ $ح^{2}$ — ح س — ۲ $س^{2}$ ایضاً

(۲۳) ۳ $د^{2}$ — ۶ د + ۵ ۲ د — ۳ — $د^{2}$ اور ۴ — د — ۲ $د^{2}$

(۲۴) ح ط + س ف و س ف — ط ف اور ح ط + ط ف

(۲۵) ح د — س $ر^{2}$ د + ر اور ح د — د — س ر — ر ایضاً

(۲۶) $د^{3}$ — ۲ح $د^{2}$ + $ح^{2}$ $د^{2}$ + ۳س $د^{2}$ اور ۲ $ح^{3}$ — ح $د^{2}$ — $ح^{2}$ د ایضاً

(ع)

سے ملتا ہے +

مثلاً جب ہمکو ۳ سو اور ۴ سو جمع کرنے ہون تو ۳ سو اور ۴ سو مقادیر متماثلہ کے سر ۳ اور ۴ کا حاصل جمع ۷ ہوا بہی حاصل جمع مقادیر متماثلہ کے سر ۳ اور ۴ کا حاصل جمع مطلوب کا سر ہوا اور ۷ سو حاصل جمع ہوا اگر ہمکو ۳ سیکڑے اور ۵ دہائیان اور ۶ اکائیان مقادیر غیر متماثلہ کو جمع کرنا ہو تو اونکو صرف ایک سیدھ مین لکھدیتے ہین مثلاً ۳ سو + ۵ دہائی + ۶ اکائی یا باختصار ۳۵۶ اسطرح لکھتے ہین +

۳۳ سوالات

(۱) ح + س اور ح + س کا حاصل جمع کیا ہوگا

(۲) ح + س اور ح — س ایضاً

(۳) ح — س اور ح — س ایضاً

(۴) ح — س + ط اور ح + س — ط ایضاً

(۵) ح — س + ط اور ح + س + ط ایضاً

(۶) ا — ۲م + ۳ن اور ۳م — ۲ن ایضاً

(۷) ۵م + ۳ اور ۲م — ۴ ایضاً

(۸) ۳ در — ۲ د اور در + ۶ د ایضاً

+ ۳ ف انکا حاصل جمع بتلاؤ؟

ح اور ح مقادیر متماثلہ ہین

ح + ۲ س — ط

— ۵ ف اور + ۳ ف ایضاً

ح — ۵ ف + ۲ ط

— ط اور + ۲ ط ایضاً

د + ر + ۳ ف

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہین ۲ ح + د + ر + ۲ س + ط — ۲ ف

(۲) ۳ ح^{۲} — س ط + ۲ س^{۲} — ح ط + ۴ ط^{۲} — ح س اور ح^{۲} + س^{۲} — ط^{۲} انکا حاصل جمع بتلاؤ

۳ ح^{۲} اور ح^{۲} مقادیر متماثلہ ہین

۳ ج^{۲} — س ط

۲ س^{۲} اور + س^{۲} ایضاً

۲ س^{۲} — ح ط

۴ ط^{۲} اور — ط^{۲} ایضاً

۴ ط^{۲} — ح س

ح^{۲} + س^{۲} — ط^{۲}

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہین ۴ ح^{۲} + ۳ س^{۲} + ۳ ط^{۲} — ح س — ح ط — س ط

(۳) در — ا د^{۲} + ۲ اور ر^{۲} + ۳ کا حاصل جمع کیا ہوگا

— ا + ۲ اور + ۳ مقادیر متماثلہ ہین

در — ا

د^{۲} + ۲

ر^{۲} + ۳

اور باقی مقادیر غیر متماثلہ ہین حاصل جمع = د^{۲} + در + ر^{۲} + ۴

دفعہ ۱۸ قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثلہ اور غیر متماثلہ کا ۱۵ دفعہ مین جو مندرج ہو چکا ہے وہ قاعدہ جمع کرنے اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیرہ

احاطہ مین ۳ بیل تو اونکا حاصل جمع کیا ہوگا تو اونکو علیحدہ علیحدہ کرکے تبلاوینگے کہ ۳ بیل اور ۵ گھوڑے یہی اونکا حاصل جمع ہوگا کیونکہ گھوڑا اور بیل غیر جنس ہین اسلیے گھوڑونکی تعداد ۵ اور بیلون کی تعداد ۳ یے مقادیر غیر متماثلی ہوئین اسلیے دونون کو ملاکر ۸ گھوڑے نہ کہینگے ۸ گھوڑے تو جب کہتے جو ۳ بیلون کی عوض ۳ گھوڑے ہوتے اور اسیطرح ۸ بیل بھی نہین کہہ سکتے کیونکہ ۸ بیل جب کہہ سکتے جو ۵ گھوڑون کی عوض ۵ بیل ہوتے +

دفعہ ۱۶ — جن مقدارون کو جمع کرنا ہے اگر اون مین مقادیر متماثلہ اور غیر متماثلہ دونون شامل ہون تو ۱۴ دفعہ کے بموجب مقادیر متماثلہ کا حاصل جمع دریافت کرو اور اوسکے بائین طرف مقادیر غیر متماثلہ کو مع اپنی اپنی علامت کے ایک سیدھ مین لکھہ دو یہی کل مقدار مرکب حاصل جمع مطلوب ہوگا +

دفعہ ۱۷ — اسکا مضائقہ نہین کہ حاصل جمع مطلوب مین حروف کسی ترتیب پر لکھے جاوین مگر اس بات پر لحاظ رہے کہ اون کی علامت مین کچھہ فرق نہ پڑے اور اکثر حاصل جمع مذکور مین حروف تہجی کی ترتیب پر حروف لکھے جاتے ہین +

مثالین

(۱) ح + ۲ س — ط ح — د ف + ۲ ط اور د + ر

قاعدہ جمع کرنے مقادیر غیر متماثلہ کا

دفعہ ۱۵ مقادیر غیر متماثلہ کے جمع کرنے سے یہہ مراد ہے کہ اونکو معہ اپنی اپنی علامت کے ایک سیدہ مین لکھو مثلاً ح + س ط — ف ق کا یہہ ح + س + ط — ف + ق حاصل جمع ہوا اس سے یہہ مراد ہے کہ تمام مقادیر مذکور جمع کیجا رہینگی اور یہہ یاد رکھو کہ ح + س کے یہہ معنی ہین کہ ح مین س کو جمع کرنا ہے اور یہہ خیال کرو کہ مقدار ح مین مقدار س جوڑی ہوئی ہے کیونکہ جب تک مقدار ح اور س کی قیمت یا تعداد نا معلوم ہے تب تک ح اور س جمع نہین ہو سکتے مثلاً کوئی پوچھے کہ ۱۰ من ۳ سیر اور ۵ چھٹانک کا حاصل جمع کیا ہے تو اونکو ایک سطر مین اسطرح پر لکھا ۱۰ من تین سیر اور ۵ چھٹانک یہہ حاصل جمع ہوا اگر کوئی پوچھے کہ ایک کمرے مین ۱۰ لڑکے ہین اور دوسرے مین ۵ لڑکے تو دونون کمرونمین سب کتنے لڑکے ہونگے ۱۵ لڑکے جواب ہوگا کیونکہ دونون کمرون مین لڑکے ہی ہین اور وے ہم جنس ہین اسلیے ایک کمرے کے لڑکون کی تعداد ۵ ہے اور دوسرے کمرے کے لڑکون کی تعداد ۱۰ ایے مقادیر متماثلہ ہوئین اور اونکو جوڑنے سے سب ۱۵ لڑکے ہوے اگر کوئی شخص پوچھے کہ ایک احاطہ مین ۵ گھوڑے ہین اور دوسرے

اس مثال مین ۹ ح مثبت ہین اور ۵ ح منفی اسلیے ایکسو یا ح مثبت باقی رہا اور ۷ س مثبت اور ۸ س منفی ہین اسواسطے ایک — س یا س منفی باقی رہا +

(۴) ۳ ح^۲ + ۴ س ط — ف^۲ + ۱۰ — ۵ ح^۲ + ۶ س ط + ۲ ف^۲ — ۱۵ اور — ۴ ح^۲ — ۹ س ط — ۱۰ ف^۲ + ۲۱ کا حاصل جمع بتلاؤ

مقادیر متماثلہ کو معہ اونکی علامات کے ایک دوسری کے تلے لکھو

۳ ح^۲ + ۴ س ط — ف^۲ + ۱۰

— ۵ ح^۲ + ۶ س ط + ۲ ف^۲ — ۱۵

— ۴ ح^۲ — ۹ س ط — ۱۰ ف^۲ + ۲۱

حاصلجمع = — ۶ ح^۲ + س ط — ۹ ف^۲ + ۱۶

مقادیر متماثلہ کی پہلی صف مین ۳ ح^۲ مثبت ہین اور ۹ ح^۲ منفی اسلیے ۶ ح^۲ منفی یا — ۶ ح^۲ باقی رہا اور دوسری صف مین ۱۰ س ط مثبت ہین اور ۹ س ط منفی ہین اسواسطے ایک س ط یا مثبت س ط یا + س ط باقی رہا اور تیسری صف مین ۲ ف^۲ مثبت ہین اور ۱۱ ف^۲ منفی انمین سے ۹ ف^۲ منفی یا — ۹ ف^۲ باقی رہا اور چوتھی صف مین ۲۱ مثبت ہین اور ۵ منفی ان مین سے ۱۶ مثبت یا + ۱۶ باقی رہا +

مثالین

(۱) ۵ح — ۳س اور ۴ح — ۷س کا حاصل جمع بتلاؤ

۵ح — ۳س

۴ح — ۷س

حاصل جمع = ۹ح — ۱۰س

۵ح مین ۴ح جمع کرنے سے ۹ح حاصلجمع ہوا اور ۳س کو گھٹانا ہی اور ۷س کو بھی گھٹانا ہے اسلیے ملکر اس کو گھٹانا ہوا اور اسکو — ۱۰س لکھتے ہین +

(۲) ۵ح — ۳س اور ۴ح + ۷س کا حاصل جمع بتلاؤ +

۵ح — ۳س

۴ح + ۷س

حاصل جمع ۹ح + ۴س

۵ح مین ۴ح جمع کرنے سے ۹ح حاصل جمع ہوا اور ۷س مثبت ہین سے ۳س منفی کم کرنے سے +۴س باقی رہا +

(۳) ۵ح — ۳س، ۴ح + ۷س اور — ۸ح — ۵س کو جمع کرو

۵ح — ۳س

۴ح + ۷س

— ۸ح — ۵س

حاصل جمع = ح — س

سوم جبکہ مقادیر مرکب کو جمع کرنا ہو تو مقادیر متماثلہ کا حاصل جمع علیحدہ علیحدہ نکالو اور ان حاصل جمع کو معہ انکی علامات کے ایک سیدہ مین لکھو وہی کل حاصل جمع مطلوب ہوگا مثلاً ۲ح + ۳س کو ۳ح + ۴س مین جمع کرنا ہے تو ۲ح کو ۳ح مین جمع کرنے سے ۵ح حاصل جمع ہوا اور ۳س کو + ۴س مین جمع کرنے سے + ۷س حاصل جمع ہوا اسلیے ۵ح + ۷س کل حاصل جمع ہوا +

اگر ۳ح — ۴س کو ۲ح + ۳س مین جمع کرنا ہے تو ۲ح اور ۳ح کا ۵ح حاصل جمع ہوا اور — ۴س اور + ۳س کا — س حاصل جمع ہوا اسلیے ۵ح — س کل حاصل جمع ہوا +

۲ح + ۳س سے یہہ مراد ہے کہ ۲ح مین ۳س کو جمع کرنا ہے اور اسیطرح ۳ح + ۴س سے بھی یہہ مراد ہے کہ ۳ح مین ۴س کو جمع کرنا ہے اسلیے اگر کوئی کہے کہ ۲ح + ۳س اور س ح + ۴س ان دو مقادیر کو جمع کرلو تو اسکے یہہ معنی سمجھو کہ ۲ح، ۳س، س ح اور ۴س کو جمع کرنا ہے +

علم حساب مین جب چھوٹے اور بڑے درجے کے اعداد کو جمع کرنا ہوتا ہے تو بڑے درجے کے اعداد کو علیحدہ جمع کرتے ہین اور چھوٹے درجے کے اعداد کو علیحدہ مثلاً پائیون مین پائیان اور آنون مین آنے اور روپیون مین روپے جمع کرتے ہین +

—۳ح ۲ح ۵ح اور —۱۰ح کو جمع کرو تو اون مقداروں من ۷ح مثبت ہین اور ۱۳ح منفی اسلیے —۶ح حاصل جمع ہوا +

جمع کی مثالین

۲و	۳ح س	—۵ح	—ح س
۴و	۵ح س	—۶ح	—۵ح س
۷و	۲ح س	—۲ح	—۳ح س
و	ح س	—ح	—۲ح س

حاصلجمع = ۱۴و حاصلجمع = ۱۱ح س حاصلجمع = —۱۴ح حاصلجمع = —۱۱ح س

۴ح	۲در	۳ح ۲	۱۵ح س ۲
—۷ح	۷در	۲ح ۲	—۷ح س ۲
۵ح	—۶در	—۷ح ۲	—۴ح س ۲
—ح	—در	۷ح ۲	۹ح س ۲
ح	+۵در	—۴ح ۲	—۳ح س ۲
۱۰ح	در	—۷ح ۲	—ح س ۲
—۷ح	—۸در	۱۰ح ۲	—۱۰ح س ۲

حاصلجمع —۶ح × ۷ح ۲ —ح س ۲

حاصل جمع ہوتا ہے کیونکہ ۵ سے ح سے مراد ہے پانچ گنا ح یا ح +
ح + ح + ح + ح اور اسیطرح ۴ ح کے معنی ہین چار گنا ح یا
ح + ح + ح + ح اسلیے ۵ ح مین ۴ ح جمع کرنے سے ۹ گنا
ح یا ۹ ح حاصل جمع ہوا — ۲ س سے مراد ہے کہ مقدار
۲ س کو گھٹانا ہے — ۳ س کے یہہ معنی ہین کہ مقدار ۳ س
کو گھٹانا ہے اسلیے — ۲ س مین — ۳ س جوڑنے سے — ۵ س
حاصل جمع ہوا اور اوسکے یہہ معنی ہین کہ مقدار ۵ س کو گھٹانا ہے
دوم جن متماثلہ مقدارونکو جمع کرنا ہو اور اون مین علامات مختلف
ہون یعنے کسی مقدار کی علامت نفی کی ہو تو اعداد سر مثبت
کو اور اعداد سر منفی کو علیحدہ علیحدہ جمع کرو اور بڑی حاصل جمع
مین سے چھوٹی حاصل جمع کو گھٹا دو اور حاصل تفریق کے بائین طرف
مقدار متماثل کے حروف لکھدو اور اس کل مقدار کے داہنی طرف
بڑی حاصل جمع کی علامت لکھدو مثلاً ۵ ح یا + ۵ ح مین —
۲ ح جمع کرتے ہین تو + ۳ ح حاصل جمع ہوگا کیونکہ + ۵ ح سے
یہ مراد ہے کہ ۵ ح کو جمع کرنا ہے اور — ۲ ح سے یہ مراد ہے کہ — ۲ ح
کو گھٹانا ہے اسلیے دونون کو جمع کرنے سے ۳ ح حاصل جمع ہوا +
۳ ح — ۲ ح — ۵ ح اور ز ح کو جمع کرنا ہو تو اون مقدارون مین
۱۴ ح مثبت ہین اور ۶ ح منفی اسلیے اونکا ۸ ح حاصل جمع ہوا +

جواب

+ ح ۳	+ ۳ ح ۲ س	+ ۳ ح س ۲	— ۸ ح ط ۲	+ ۲ س ۳
+ ۲ ح ۳	— ح ۲ س	+ ۵ ح س ۲		

(۳) ۲ ح — ۳ س + ۷ س ط + س ط — ۵ ح س ط +

۲ در — ۳ د ۲ + + ۷ س ۲ ط — ۹ ح + ۶ س +

۱۰ ح — ۵ د ۲ — در + د ۲ + ح س ط — ۲ س ط + ط ۲ — س ۲ ،

— ۳ ط ۲ ان مقداروں میں سے مقادیر متماثلہ کو معہ علامات کے علیحدہ علیحدہ ایک جگہہ میں لکھو

جواب

+ ۲ ح	— ۳ س	+ ۷ س ط	+ س ۲ ط	— ۵ ح س ط	+ ۲ در	— ۳ د ۲	+ ط ۲
— ۹ ح	+ ۶ س	— ۲ س ط	+ ۷ س ۲ ط	+ ح س ط	— در	— ۵ د ۲	— ۳ ط ۲
+ ۱۰ ح	— س					+ د ۲	

قاعدہ جمع کرنے مقادیر متماثلہ کا

دفعہ ۱۴ **اول** جن مقداروں کو جمع کرنا ہو اونکی جو سب علامات + یا — ہوں تو اونکے جمع کرنے کا یہہ قاعدہ ہے کہ اعداد سر کو جمع کرکے حاصل جمع کو نیا سر فرض کرتے ہیں اور اوسکے داہنی طرف علامت مقدار متماثلہ لکھکر اوس سر کے بائیں طرف مقدار کے حروف لکھتے ہیں مثلاً ۵ ح میں ۴ ح جمع کرنے سے ۹ ح

مختلف اونکو مقادیر متماثلہ کہتے ہین مثلاً ۴ ح ۷ ح ۱۰ ح مقادیر متماثلہ ہین اسیطرح ۳ ح س ۶ ح س ح س مقادیر متماثلہ ہین ح² ۳ ح² ۵ ح² بھی مقادیر متماثلہ ہین +

جن مقدارون کے حروف مختلف ہوتے ہین وے مقادیر غیر متماثلہ کہلاتے ہین مثلاً ح س دو مقادیر غیر متماثلہ ہین اور ۲ ح ۳ س ۴ دو بے بھی مقادیر غیر متماثلہ ہین اسیطرح ح س ح² س ح² س² مقادیر غیر متماثلہ ہین +

مثالین

(۱) ۵ ح — ۳ س ۴ ح + ۷ س اور — ۸ ح — ۵ س ان مین سے متماثلہ کو ایک جگہہ مین لکھو اور اونکی علامات بدستور رکھو +

جواب

+ ۵ ح	— ۳ س	اس درمیانی خط کے ایک ایک طرف مقادیر متماثلہ ہین اور
+ ۴ ح	+ ۷ س	
— ۸ ح	— ۵ س	دونون طرف کے مقادیر ملکر غیر متماثلہ ہین +

(۲) ح³ + ۳ ح² س + ۳ ح س² + ۲ ح³ + ۲ س³ + ۵ ح س² — ۸ ح ط² — ح² س ان مقدارون مین سے مقادیر متماثلہ کو معہ علامات کے علیحدہ علیحدہ ایک جگہہ مین لکھو +

ان مین سے کونسی مقدار بڑی ہے

۷ اگر ح کو ایک کے برابر فرض کرو اور س کو ۲ کے برابر اور ط کو ۳ کے برابر تو بتلاؤ کہ مقدار ح س ط برابر ہوگی ۱۲۳ کے یا نہین اگر او سکے برابر نہوگی تو کس عدد کے برابر ہوگی

۸ علم حساب مین $\frac{۲}{۳}$ ہ سے کیا مراد ہے اور جبر و مقابلے مین $\frac{س}{ط}$ ح کے کیا معنی ہین

۹ مقدار مثبت کی حد کے بموجب + د سے کیا مراد ہے

۱۰ اگر ایک مقدار کے ۶ اور ۷ مضروب اور مضروب فیہ ہون اور دوسری مقدار کے ۷ اور ۶ تو دے دونون مقدار ایک ہی ہونگی یا نہین اگر ایک ہی ہون تو بتلاؤ کہ وہ کونسی مقدار ہے ح س ط کا کیا ح س مضروب فیہ ہے اور ح س ط مقدار مین جو حروف لکھے ہین اون مین دو حروف کے بیچمین کونسی علامت محذوف ہے اور دو حرفون کے درمیان کوئی علامت نہونے سے کیا معنی ہوتے ہین

۱۱ بیان کرو کہ ح س — ط یعنی ح س منفی ط سے کیا مراد ہے

۱۲ بیان کرو کہ ۲ ح س + ۳ یعنی دو ح س مثبت ۳ سے کیا مراد ہے

جمع

دفعہ ۱۳ جن مقدارون کے حروف یکسان ہون اور امداد سر

کہ اوسے س روپیے قرض کے لینے ہون تو اوسکے پاس کل ز ح + س ہوگا مگر اوس سوداگر کو کچھ قرض کے روپیے بھی دینے ہون اور وہ قرض جمع سے کم ہو اور اوسکی تعداد — ط خیال کرو تو اوس سوداگر کے پاس لے دے کے روپیے ح + س — ط باقی بچینگے اگر اوسے کل زر سے زیادہ روپیے قرض دینے ہونگے تو ظاہر ہے کہ اوسکے پاس کچھ روپیے باقی نہ رہینگے مگر جسقدر زر قرض کل زر سے زیادہ ہوگا اوسقدر باقی قرض اوسے ادا کرنا ہوگا اور یاد رکھو کہ جب مقدار کی فقط علامت کا ذکر ہو تو + یا — علامت جانو اور سمجھو کہ مقدار مثبت ہے یا منفی ÷

سوالات

۱ جبر و مقابلہ سے کیا مطلب نکلتا ہے

۲ مقدار کے کیا معنی ہین

۳ جبر و مقابلے مین مقادیر کے بجاے حروف کیون لکھتے ہین

۴ ح + س ، ح مثبت س اسکے کیا معنی ہین کیا ۲ + ۵ اسکے یہہ معنی ہین کہ ۵ مین ۲ جوڑے جائینگے

۵ علم حساب مین ۲۰ کے کیا معنی ہین اور جبر و مقابلہ مین ح س سے کیا مراد ہے

۶ کسی مقدار کی بجاے ۳ ح لکھا ہے ۳ح اور ۳ح — س

* اس علامت کو کیونکہ یا جوکہ پڑھتے ہین *

دفعہ ۱۱ جب کہ ایک مقدار کے کئی اجزا ہون اور ہر ایک جز کے داہنی طرف علامت اثبات یا نفی لگی ہو تو مقدار کل کو **مقدار مرکب** کہتے ہین اور ہر ایک جز کو **مقدار مفرد** مثلاً ح — س ح س — ح ط ح + س + ط مقادیر مرکب ہین اور ح اور — س مقادیر مفرد ہین . ح س اور — ح ط مقادیر مفرد ہین اور علی ہذا القیاس

ح + س اور + ط مقادیر مفرد ہین

دفعہ ۱۲ **مقدار مثبتہ** اوسے کہتے ہین جسکے داہنی طرف علامت + ہوتی ہے **مقدار منفیہ** اوسے کہتے ہین جسکے داہنی طرف علامت **نفی** — ہوتی ہے کیونکہ ۰ + ح یا + ح یا ح انکے ایک ہی معنی ہین اسلیے جو مقدار مفرد کے داہنی طرف + یا — کی علامت نہو تو اوسے مقدار مثبت کہینگے جس مقدار مرکب مین مقادیر مفردہ مثبتہ کا مجموعہ مقادیر مفردہ منفیہ کے مجموعہ سے زیادہ یا کم ہو تو اوس مقدار مرکب کو مثبت یا منفی کہینگے مثلاً کوئی سوداگر یہہ دریافت کیا چاہتا ہو کہ میرے پاس کتنا زر ہے تو اول وہ اپنے پاس کے روپیونکا شمار کریگا اور فرض کرو کہ اوسکے پاس کا زر ح ہے بعد ازان بطور قرض کے جو روپیے اوسنے دیے ہونگے اونھین شمار کریگا اور فرض کرو

(۱۷) اگر ح برابر ہے ۲ کے تو ۳ ح اور $ح^{۳}$ مین کیا فرق ہوگا

(۱۸) اگر د برابر ہے ۱۰۰ کے تو ۲ $\sqrt{د}$ اور ۲ + $\sqrt{د}$ مین کیا فرق ہوگا

(۱۹) اگر د کو ۶۴ مانو تو ۳ $\sqrt{د}$ اور $\sqrt[۳]{د}$ مین کیا فرق ہوگا

اگر ح کو ایک کے برابر فرض کرو اور س کو ۸ کے برابر تو $\sqrt{ح+س}$ اور $\sqrt{ح}$ + س کیا تفاوت ہوگا +

(۲۰) ح کو ۱۶ کے برابر فرض کرو اور س کو ۴ کے برابر تو $\sqrt{\frac{ح}{س}}$ اور $\frac{\sqrt{ح}}{س}$ مین کیا فرق ہوگا +

دفعہ ۱۰ = اس علامت کو **علامت مساوات** کہتے ہین اور اوسکو اس طرح پر پڑھتے ہین کہ مثلاً ۲ + ۴ = ۶ کو ۲ مثبت ۴ برابر ہے ۶ کے پڑھینگے ح + د = س سے یہ سمجھو کہ ح اور د کا حاصل جمع برابر ہے س کے ۸ ÷ ۴ = ۲ اور $\sqrt{۲۵}$ = ۵

< یہہ علامت بڑائی کی ہے مثلاً ح < س کو مقدار ح بڑی ہے س سے پڑھتے ہین +

> یہہ علامت چھوٹائی کی ہے مثلاً ح > س کے یہہ معنی ہین کہ مقدار ح چھوٹی ہے مقدار س سے +

∴ اس علامت کو اسلیے پڑھتے ہین

اور بجاے س کے ۹ تو $\sqrt{ح + س}$ برابر ہوگا ۲۵ یا ہ کے اور

$\sqrt{ح س}$ برابر ہوگا ۱۴۴ یا ۱۲ کے $\sqrt{\frac{ح}{س}}$ سے

$\frac{ح}{س}$ کسر کا جزالمال جانو مگر $\sqrt{\frac{ح}{س}}$ سے یہہ سمجھو

کہ ح کے جزالمال کو س کے جزالمال پر تقسیم کرنا ہے ÷

۲ سوالات

اگر ح برابر ہے ایک کے س برابر ۹ کے اور ط برابر ۸ کے تو

بتلاؤ کہ ہر ایک مقدار مندرجۂ ذیل کس عدد کے برابر ہوگی ÷

(۱) $ح^۲ + س^۲ - ط^۲$ (۶) $\frac{س^۲}{ح} + \frac{ح^۲}{س} - \frac{ط^۲}{ح^۲}$

(۲) $۱۳ح^۲ + ۳س^۲ - ۴ط^۲$ (۷) $\frac{۸ح س^۲}{۳ ط^۲} - \frac{۹ح ط^۲}{۲س ط}$

(۳) $۵ح س ط - ۲۲س^۲ + ۳ط^۳$ (۸) $م ح^۲ + ن س^۲ - ع ط^۲$

(۴) $ح^۲ س + س^۲ ط$ (۹) $۲\sqrt{س - \sqrt{۲ط}}$

(۵) $۱۲ح س^۲ + ۲۰ح^۲ س ح ۲س ط^۲$ (۱۰) $\sqrt{ح س} + \sqrt{\frac{ح^۲}{س}}$

(۱۱) $ح \sqrt{س} - \sqrt{ح س} + ۲\sqrt{۲ح س}$

(۱۲) $\sqrt{۲ط + س} - \sqrt{۲س - ۲ح}$

(۱۳) $م \sqrt{\frac{س}{ح}} + ن \sqrt{\frac{س ط}{۲}} - ع \sqrt{۲ح ط}$

(۱۴) $۳\sqrt{ح ط} + \sqrt{۴س} - ۲\sqrt[۳]{ط}$

(۱۵) $\sqrt{س + ط - ح} - \sqrt[۳]{۳س - ۲ط - ۴ح}$

(۱۶) $\sqrt{ح} + \sqrt{۲ط} + \sqrt[۳]{\frac{س ط}{۹}} - \sqrt[۳]{۴س - ح}$

چنانچہ ۹ کا ۳ **جزر المال** ہے کیونکہ ۳ کا مجذور یا ۳×۳ برابر ہے ۹ کے اور ۲۷ کا ۳ **جزر الکعب** ہے کیونکہ ۳ کا کعب یا ۳ × ۳ × ۳ برابر ہے ۲۷ کے اسیطرح $ح^2$ کا جزر المال یعنے جذر ح ہے کیونکہ ح × ح برابر ہے $ح^2$ کے اور $ح^3$ کا جزر الکعب ح ہے کیونکہ ح × ح × ح برابر ہے $ح^3$ کے ۲ ——— یا ——— یہہ **علامت جزر المال** یعنی **علامت جذر** ہے ۳ ——— یہہ **علامت جزر الکعب** ہے اکثر علامت جذر یا جزر المال کی ——— یہہ لکھی جاتی ہے مگر ۲ ——— یہہ علامت جزر المال صحیح ہے +

مثلاً ——— ح ——— اس سے ح کا جزر المال سمجھو جسطرح ح + ح کے بجاے ۲ ح لکھتے ہین اوسیطرح ——— ح + ح ——— یا ح کا جزر المال دوچند اسے ۲ ——— ح ——— لکھتے ہین اور ح کا جزر المال دوچند پڑھتے ہین ——— ح س ——— اس سے ح مضروب س کا جزر المال سمجھو ——— ح + س ——— اس سے ح مثبت س یا ح اور س کے مجموعہ کا جزر المال اور جس مقدار کا جذر نکالنا ہو اوسکے اوپر علامت جذر ——— کا اوپری حصہ یعنی ——— بڑھا کر لکھو جس سے مقدار پر علامت جذر کا حصہ مذکور خط وجدانی کے طور پر ہوجاوے اگر بجاے ح کے ۱۲ فرض کرو

مال یا س کی **دوسری قوت** کہتے ہین ٭

س × س × س کو س۳ لکھتے ہین اوسی س کا کعب یا س کی **تیسری قوت** بولتے ہین ٭

س × س × س × س کو س۴ لکھتے ہین اور اوسی س کا **مجذور مجذور** یا **مال مال** یا س کی **چوتھی قوت** بولتے ہین مگر یہہ بات یاد رکھو کہ س اور س۱ کے ایک ہی معنی ہین اور س اور س۰ مین فرق ہے آگے پڑھنے سے معلوم ہوجائیگا کہ س برابر ہے ایک ٭ کے یعنی کسی مقدار کی قوت صفر برابر آکے ہوتی ہے مقادیر کے اوپر بائین طرف جو ۱ ۲ ۳ ۴ وغیرہ اعداد لکھے جاتے ہین اونکو قوت نما بولتے ہین کیونکہ اونسے مقادیر کی قوتون کی تعداد دریافت ہوجاتی ہین ٭

ح + ح کو ۲ح لکھتے ہین اور ح × ح کو ح۲ لکھتے ہین اگر ح برابر ہے ۴ کے تو ۲ح برابر ہوگا ۸ کے اور ح۲ برابر ہوگا ۱۶ کے اور یاد رکھو کہ ۲ح۲ کے معنی ہین ح کا مجذور دوچند نہ کہ ۲ح کا مجذور ٭

دفعہ ۹ عمل صعود کے برعکس **عمل نزول** ہوتا ہے اور جزء کسی ایک مقدار کا ایسے دوسری مقدار کو کہتے ہین کہ اگر اوس دوسری مقدار کو اوس ہی مین ایک بار یا کئی بار مطابق اعداد قوت نما کے ضرب دین تو حاصل ضرب مقدار اول کے برابر ہووے ٭

$$س = س^{۱-۱} = \frac{س^{۱}}{س^{۱}} = \frac{س}{س} = ۱ \therefore س = ۱$$

(۱۵) ۶ ح س د مین س د کا سر کیا ہے +

(۱۶) ۲ ح ۲ ح س ۲ ح س و ۳ ح س د ح د و
ع ح د اور ح س د ان ہر ایک مقادیر کے ح کا سر کیا ہے +

(۱۷) ۲۵ کا ایسا کونسا سر ہے کہ اگر اوسمین ۲۵ کو ضرب دین تو حاصلضرب ۱۲۵ ہو +

(۱۸) ۳ + د اور ۳ د مین کیا فرق ہے اگر د برابر ہو ۷ کے +

(۱۹) ۳ ح + د اور ۳ ح — د مین کیا فرق ہے جبکہ ح برابر ہے
۱۰ کے اور د برابر ۶ کے +

(۲۰) ۳ ح + د اور ۳ ح د مین کیا تفاوت ہے جبکہ ح
برابر ہے ۳ کے اور د برابر ۲ کے +

جب کہ ح برابر ہے ۱۰ کے اور س برابر ۳ کے اور د برابر ۷ کے تو بتلاؤ کہ

(۲۱) ۳ ح د ÷ ۷ کسکے برابر ہوگا (۲۶) $\frac{۳ح}{س}$ + ۲ د — $\frac{۲۱ح}{س د}$ ایضاً

(۲۲) ۳ ح د ÷ ۷ س ایضاً (۲۷) $\frac{۵ح + د}{س}$ — $\frac{۵س + ح}{۲د - ۳س}$ ایضاً

(۲۳) $\frac{۲ح}{س}$ + د ایضاً (۲۸) $\frac{۳ح}{۲د}$ + $\frac{۴س د}{۱۰ح - ۱۶}$ ایضاً

(۲۴) $\frac{۳س}{ح}$ + ۳ د ایضاً (۲۹) $\frac{۲ح + ۴س}{۳د - ح - س}$ — $\frac{ح - ۲س}{د - س}$ ایضاً

(۲۵) $\frac{ح}{س}$ — د ایضاً (۳۰) $\frac{۲ح}{س + د}$ + $\frac{۵س}{ح - د}$ — $\frac{ع د}{ح - س}$ ایضاً

دفعہ ۸ اگر ایک عدد کو اوسی عدد مین کئی بار ضرب دین تو اسطرح کے ضرب کرنے کو **عمل صعود** کہتے ہین اسکی مثال ذیل مین مندرج ہوتی ہین

س × س کو س² لکھتے ہین اور اوسے س مجذور یا

یا مقدار ح مقدار س پر تقسیم کی گئی پڑھینگے اور ۸ ÷ ۴ برابر ہے ۲ کے مگر اکثر بجاے ح ÷ س کے $\frac{ح}{س}$ لکھتے ہین کیونکہ اسکے بھی وہی معنی ہین جو ح ÷ س کے ہین اسیطرح $\frac{۸}{۴}$ برابر ہے ۸ ÷ ۴ کے کیونکہ دونون مقادیر ۲ کے برابر ہین حدود مرقومہ بالا کے ذہن نشین ہونے کے لیے امثال ذیل لکھی جاتی ہین اگر ح برابر ہے ۱ کے س برابر ہے ۳ کے اور د برابر ہے ۷ کے تو بتلاؤ کہ مقادیر مندرجۂ ذیل کونسے اعداد کے برابر ہونگے ؛

ا سوالات

(۱) ح + س + د
(۲) ح + س — د
(۳) ح — س + د
(۴) ح — س — د
(۵) ۲ ح — د
(۶) ۴ ح + ۳ س — ۲ د
(۷) ۷ ح + ۲ س — ۲ د
(۸) ۵ ح — ۴ س — ۴ د
(۹) ۲ ح س + ۳ د
(۱۰) ۲ ح + ۵ — ۳ س د + ۱۰۰
(۱۱) ۷ ح س — ح س د
(۱۲) ۳ ح + س د — د د
(۱۳) ۳ ح دین کا سر کیا ہے
(۱۴) ۲ ح س دین کا سر کیا ہے

د کو ۳ گنا کرنے سے حاصلضرب ۳ د کے برابر ہوتا ہے اور ۳ در مین در کا ۳ سر ہے ر کا ۳ د سر ہے اور ۳ ر کا د سر ہے اور ۲ ح س ط مین ط کا ۲ ح س سر ہے س کا ۲ ح ط سر ہے ح کا ۲ س ط سر ہے اور ح س ط کا ۲ سر ہے مقدار ح کا سر آپ ہے کیونکہ ۱ × ح = ح اور ح سے ایک ح جاتا جاتا ہے مقدار کو سر مین ضرب دینے سے یہ سمجھو کہ عدد سر مین جتنی اکایان ہین اوتنی دفعہ مقدار مذکور کو جمع کرنا ہے مثلاً ۳ در کے معنی ہین ۳ دفعہ در یا ۳ د دفعہ ر اسمین ر کا سر ۳ د ہے یا ۳ ر دفعہ د اسمین د کا سر ۳ ر ہے اور ح سے مقدار ح فقط ایک گنی جاتی ہے اس باعث اوسکا سر ایک ہے ÷

ضرب دینے مین ۳ د دفعہ یا ۲ ح س دفعہ کہنا صحیح ہے کیونکہ ہر ایک حرف بجاے ایک مقدار یا عدد کے لکھا جاتا ہے مثلاً ۳ در مین اگر بجای د کے ۱۰ ر رکھو تو ۳ د برابر ہوگا ۳۰ کے اور ۳ د دفعہ ر برابر ہوگی ۳۰ ر کے ÷

دفعہ ۷ ÷ یہہ تقسیم کرنے کی علامت ہے اور اسے علامت تقسیم کہتے ہین اسلیے جن دو مقادیر کے درمیان ÷ یہہ علامت آوے تو اوس سے یہہ سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار بائین طرف کی مقدار پر تقسیم کی جائیگی مثلاً ح ÷ س ح مقسوم س پر

علامت نہونے سے بھی یہہ سمجھو کہ اونکا حاصلضرب نکالنا ہے اور مقدار کے
پڑھنے مین لفظ مضروب نہین بولتے مثلاً ح س اور ۳ د کو ح س اور تین
د پڑھتے ہین اسلیے ۳ د اور ۳ × د یا تین گنا د اور تین ثبت د ان متفرق
مقادیر کو یکسان نہ سمجھو اکثر دو اعداد کے درمیان علامت جمع نہین
لکھی جاتی مثلاً ۲ ½ سے ۲ + ½ جانو اور ۲۳ سے ۲۰ + ۳ سمجھو
اور ضرب کرنے مین دو حروف یا ایک عدد اور ایک حرف کے بیچ علامت
ضرب نہین لکھتے ہین اور جب دو اعداد کو ضرب دینا منظور ہوتا ہے
تو اونکے درمیان × یہہ علامت اسلیے نہین لکھتے کہ اس سے
صفر سمجھا جاوے گا ×

دفعہ ۵ ۳ × ۴ برابر ہے ۴ × ۳ کے
۵ × ۷ برابر ہے ۷ × ۵ کے
۶ × ۱۰ کے ۱۰ × ۶ ایضاً
ح × س کے س × ح ایضاً
ح س کے س ح ایضاً

دفعہ ۶ ح س یا س ح مقدار مین س کا مضروب فیہ ح سر یا
امثال کہلاتا ہے یا ح کا مضروب فیہ س سر کہلاتا ہے جسطرح
شرکت مین ایک شخص کا شریک بولتے ہین اوسیطرح دوسرے
شخص کو بھی پہلے شخص کا شریک کہتے ہین ۳ د کا ۳ سر ہے کیونکہ

د کو ۳ گنا کرنے سے حاصلضرب ۳ د کے برابر ہوتا ہے اور ۲ در مین در کا ۳ سر ہے ر کا ۳ د سر ہے اور ۳ ر کا د سر ہے اور ۲ ح س ط مین ط کا ۲ ح س سر ہے س کا ۲ ح ط سر ہے ح کا ۲ س ط سر ہے اور ح س ط کا ۲ سر ہے مقدار ح کا سر آ ہے کیونکہ ۱ × ح = ح اور ح سے ایک ح جانا جاتا ہے مقدار کو سر مین ضرب دینے سے یہ سمجھو کہ عدد سر مین جتنی اکایان ہین اوتنی دفعہ مقدار مذکور کو جمع کرنا ہے مثلاً ۳ در کے معنی ہین ۳ دفعہ در یا ۳ د دفعہ ر اسمین ر کا سر ۳ د ہے یا ۳ ر دفعہ د اسمین د کا سر ۳ ر ہے اور ح سے مقدار ح فقط ایک گنی جاتی ہے اس باعث اوسکا سر ایک ہے ÷

ضرب دینے مین ۳ د دفعہ یا ۲ ح س دفعہ کہنا صحیح ہے کیونکہ ہر ایک حرف بجاے ایک مقدار یا عدد کے لکھا جاتا ہے مثلاً ۳ در مین اگر بجای د کے ۱۰ ر رکھو تو ۳ د برابر ہوگا ۳۰ کے اور ۳ د دفعہ ر برابر ہوگی ۳۰ ر کے ÷

دفعہ ۷ ÷ یہہ تقسیم کرنے کی علامت ہے اور اسے علامت تقسیم کہتے ہین اسلیے جن دو مقادیر کے درمیان ÷ یہہ علامت آوے تو اوس سے یہہ سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار بائین طرف کی مقدار پر تقسیم کی جائیگی مثلاً ح ÷ س ح مقسوم س پر

علامت نہونے سے بھی یہہ سمجھو کہ اونکا حاصلضرب نکالنا ہے اور مقدار کے
پڑھنے مین لفظ مضروب نہین بولتے مثلاً ح س اور ۳ د کو ح س اور تین
د پڑھتے ہین اسلیے ۳ د اور ۳ × د یا تین گنا د اور تین ثبت د ان متفرق
مقادیر کو یکسان نہ سمجھو اکثر دو اعداد کے درمیان علامت جمع نہین
لکھی جاتی مثلاً ۲ ½ سے ۲ + ½ جانو اور ۲۳ سے ۲۰ + ۳ سمجھو
اور ضرب کرنے مین دو حروف یا ایک عدد اور ایک حرف کے بیچ علامت
ضرب نہین لکھتے ہین اور جب دو اعداد کو ضرب دینا منظور ہوتا ہے
تو اونکے درمیان × یہہ علامت اسلیے نہین لکھتے کہ اس سے
صفر سمجھا جاوے گا ×

دفعہ ۵ ۳ × ۴ برابر ہے ۴ × ۳ کے
۵ × ۷ برابر ہے ۷ × ۵ کے
۶ × ۱۰ کے ۱۰ × ۶ ایضاً
ح × س کے س × ح ایضاً
ح س کے س ح ایضاً

دفعہ ۶ ح س یا س ح مقدار مین س کا مضروب فیہ ح سر یا
امثال کہلاتا ہے یا ح کا مضروب فیہ س سر کہلاتا ہے جسطرح
شرکت مین ایک شخص کا شریک بولتے ہین اوسیطرح دوسرے
شخص کو بھی پہلے شخص کا شریک کہتے ہین ۳ د کا ۳ سر ہے کیونکہ

ضرب بولتے ہین اسلیے جب × یہ علامت دو مقادیر کے درمیان مین آوے
تو اوس سے یہ مراد سمجھتے ہین کہ داہنی طرف کی مقدار مین بائین طرف
کی مقدار کو ضرب دینا ہے مثلاً ح × س کو ح مضروب س مین یا مقدار
س کو مقدار ح مین ضرب دینا پڑیگا اور اسکے یہہ معنی ہین کہ س کو ح
مین ضرب دینا ہے اگر ح کو ۶ کے برابر فرض کرو اور س کو ۴ کے برابر تو
ح × س برابر ہوگا ۶ × ۴ یعنی ۲۴ کے اگر ط کو ۲ کے برابر فرض کرو تو
ح × س × ط کو ح مضروب س مضروب ط پڑ ہینگے اور یہہ ۲۴ ×
۲ یا ۴۸ کے برابر ہوگا اسیطرح ۳ × د کے معنی ہین ۳ مضروب د
یا تین د یعنی ۳ د

× اس علامت کے عوض ۰ ایسا ایک نقطہ بھی لکھتے ہین جب دو یا
زیادہ مقادیر کو آپس مین ضرب کرتے ہین تو اونکے درمیان علامت ضرب
نہین لکھتے اسلیے جب دو مقادیر کے درمیان کوئی علامت نہو تو جانو
کہ بائین طرف کی مقدار داہنی طرف کی مقدار مین ضرب دیجائیگی مثلاً
ح × س و ح ۰ س و ح س ان سب سے یہی مراد ہے کہ مقدار س
ح دفعہ جوڑی جائیگی یا مقدار س مقدار ح مین ضرب دیجائیگی اسیطرح
۷ د سے ۷ دفعہ د جانو ح × س × ط و ح ۰ س ۰ ط اور ح س ط
ان سب سے ایک ہی مراد ہے اور ۳ د ر سے د اور ر کا تین گنا حاصلضرب
سمجھو اور دو حروف یا ایک عدد اور ایک حرف کے درمیان کوئی

جمع و تفریق اور ضرب و تقسیم وغیرہ کی علامات لکھتے ہین

دفعہ ۲ + یہہ علامت واسطے جمع کے آتی ہے اسے **علامت جمع یا علامت اثبات** کہتے ہین اور جب + یہہ علامت دو مقادیر کے بیچ مین آتی ہے تو اوس سے یہہ مراد سمجھو کہ داہنی طرف کی مقدار مین بائین طرف کی مقدار جمع کرنی ہے مثلاً ح + س ہے اسے ح مثبت س پڑھتے ہین اور اس سے یہ مراد سمجھتے ہین کہ ح مقدار مین س مقدار شامل کرنی ہے اور فرض کرو کہ ح برابر ہے ۵ کے اور س برابر ۷ کے تو ح + س برابر ہوگا ۵ + ۷ یا ۱۲ کے اور جو ط ۴ کے برابر ہو تو ح + س + ط کو ح مثبت س مثبت ط پڑھینگے اور یہہ ۱۲ + ۴ یا ۱۶ کے برابر ہوگا

دفعہ ۳ — یہہ علامت واسطے تفریق کے آتی ہے اور اسے **علامت تفریق یا علامت نفی** کہتے ہین اسلیے جب یہ علامت دو مقادیر کے بیچ مین آوے تو اس سے یہ سمجھو کہ داہنے طرف کی مقدار مین سے بائین طرف کی مقدار گھٹانی ہے مثلاً ح — س کو ح منفی س پڑھتے ہین اور اسکے یہہ معنی ہین کہ ح مین سے س کو منہا کرنا ہے اگر بجاے ح کے ۱۰ رکھو اور بجاے س کے ۶ تو ح — س برابر ہوگا ۱۰ — ۶ یعنے ۴ کے اور جو ط برابر ہو ۳ کے تو ح — س — ط کو ح منفی س منفی ط پڑھینگے اور وہ برابر ہوگا ۴ — ۳ یا ایک کے +

دفعہ ۴ × یہہ علامت واسطے ضرب کے آتی ہے اسے علامت

سوال کا جواب نکلا ہے اون مین دیکھین کہ کونسا طریق سہل اور مختصر ہے اور ایسے سوال بی انتہا ہین کہ وسے علم حساب سے مطلق حل نہین ہو سکتے اس حقیقت کے دکھلانے کے لیے اگر اس مقام پر کوئی مثال لکھی جاتی تو اوسکا سمجھنا ابھی مبتدیون کو مشکل ہوتا مگر یہہ حال آگے ظاہر ہوگا +

حدود

دفعہ ۱ لفظ **مقدار** کے معنی اندازہ ہین اور اوس سے ہر ایک اندازہ یعنی تعداد معلوم ہوجاتی ہے کہ وہ چیز تول اور شمار وغیرہ مین کسقدر ہے اسلیے علم حساب مین مقدار کی بجاے ہندسہ لکھتے ہین مثلاً آدمیون کی مقدار یا تعداد شمار سے معلوم ہوتی ہے اور کپڑے کی مقدار تعداد گز سے جیسے ۱۰ آدمی اور ۲۰ گز کپڑا +

جبر و مقابلے مین **مقادیر معلومہ** یعنے جانی ہوئین مقادیر کی جگہہ مثلاً ۱۰ آدمی ۲۰ گھوڑے وغیرہ کے بجاے حروف ح س طرح وغیرہ لکھتے ہین اور **مقادیر مجہولہ** یعنی بے جانی ہوئین مقادیر (مثلاً ایک شخص نے پوچھا کہ کتنے گز کپڑا ہے یا کتنے من غلہ یہان گز اور من کی تعداد نامعلوم ہین) کی بجاے د ر ل ع وغیرہ لکھتے ہین ان حروف کے استعمال سے عمل حساب مختصر ہوجاتا ہے کیونکہ مثلاً ۲۳ ۴ ۵۶ کے بجاے حروف ایک حرف ح لکھہ سکتے ہین +

باسانی حل ہو جاتے ہین ٭

سوال

وہ کونسا عدد ہے کہ جو اوسمین ۱۰ ملاوین تو حاصل جمع عدد مطلوب سے سہ چند ہو حساب دان لوگ بموجب قاعدہ حساب خطائین کے اس سوال کو اسطرح پر حل کرینگے ٭

اول فرض کرو کہ ۲۰ عدد مطلوب ہے تو اسمین ۱۰ جوڑنے سے ۳۰ حاصل جمع ہوا اور سہ چند یعنی تین گنا ۲۰ کا ۶۰ ہے اسلیے ۶۰ اور ۳۰ مین ۳۰ کا فرق رہا دوسرے فرض کرو کہ ۱۰ عدد مطلوب ہے تو اوسمین ۱۰ جوڑنے سے ۲۰ حاصل جمع ہوا اور تین گنا ۱۰ کا ۳۰ ہے اسلیے ۳۰ اور ۲۰ مین ۱۰ کا فرق رہا پھر بموجب قاعدہ حساب خطائین کے ۳۰ گنے ۱۰ یا ۳۰۰ مین سے ۱۰ گنے ۲۰ یا ۲۰۰ کم کیے تو ۱۰۰ باقی بچے اس باقی کو دونون تعداد کے فرق یعنی ۳۰ اور ۱۰ کے حاصل تفریق ۲۰ پر قسمت کرنے سے ۵ حاصل ہوے یہی عدد مطلوب ہوا ٭

جبر و مقابلے کے بموجب اس سوال کے حل کرنے کا یہ طریق ہے فرض کرو کہ و عدد مطلوب ہے تو بموجب شرائط سوال و + ۱۰ = ۳ و دونون مقادیر مساوی ہین و + ۱۰ اور ۳ و ان مین سے و کو منہا کیا تو ۲ و = ۱۰ اور نصف ۲ و یعنی و = ۵ یہی عدد مطلوب ہوا جبر و مقابلہ پڑھنے والون کو چاہیے کہ جن دو طریقون سے اس

اصول جبر و مقابلہ

جسطرح علم حساب مین تعداد کی بجاے ہندسے ۱ ۲ ۳ ۴ وغیرہ لکھے جاتے ہین اوسیطرح جبر و مقابلے مین تعداد کی بجاے حروف لکھے جاتے ہین جیسے پانی کے بخارات کے زور سے دھوئین کی ناو ہزارہا من مال لاد کر دریاے گنگ مین مثل ہوا اوڑی چلی جاتی ہے اور جس ناو کو ہاتھون سے کھیتے ہین اوس مین دھوئین کی ناو کی بہ نسبت مال بھی کم لدتا ہے اور رنیگتی سی جاتی ہے اسیطرح جبر و مقابلے سے جو سوالات مشکل بآسانی حل ہو جاتے ہین وہ سوالات علم حساب سے بدقت حل ہوتے ہین اور بے شمار سوال ایسے ہین کہ علم حساب سے اونکے جواب ہرگز نہین نکلتے سوال مندرجۂ ذیل اس مراد سے لکھا جاتا ہے کہ مبتدیون پر روشن ہو کہ جبر و مقابلے سے بہ نسبت علم حساب کے سوالات مشکل

Risalah Jabr Muqabalah

INDIAN INSTITUTE

رسالۂ جبر و مقابلہ

حصۂ اول

مجاریہ و مستعملہ مدارس سررشتۂ تعلیم ممالک مغربی و شمالی اودھ

جسکو

پنڈت نبسی دھر نے باعانت پنڈت موہن لال تالیف کیا

حسب الایماے

جناب فیضمآب صاحب انسپکٹر جنرل بہادر سررشتۂ تعلیم ممالک مغربی و شمالی اودھ کے

مطبع منشی نول کشور مقام لکھنؤ میں چھاپا گیا

دسمبر ۱۸۶۸ عیسوی

Jabr o muqābala.

Pl. I.

Indian Institute, Oxford.
The Lucknow Sparks Library.
Presented
by
Munshi Newul Kishore.

