Bodleian Libraries
UNIVERSITY OF OXFORD

This book is part of the collection held by the Bodleian Libraries and scanned by Google, Inc. for the Google Books Library Project.

For more information see:

http://www.bodleian.ox.ac.uk/dbooks

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 2.0 UK: England & Wales (CC BY-NC-SA 2.0) licence.

A
16.B.70.

16A 70.

INDIAN INSTITUTE

آٹھہ ضلع کی جسکے سب ضلع اور زاویے آپسمین برابر ہون ایک دائرہ مفروضہ کے اندر کھینچی جاوے اور دائرہ کے اندر اور اوپر جو مربع بنائے جاوین اونکے ایک ایک ضلع سے جو مستطیل بنے گا وہ کل رقبہ مثمن کے برابر ہوگا۔

(۸) ربعہ دائرہ مفروضہ کے اندر ایک دائرہ بناؤ۔ ۱-۹ / ۱-۳

(۹) ایک ایسا دائرہ بناؤ جو ایک نقطہ مفروضہ مین ہو کر گذرے اور دائرہ مفروضہ کو اوسکے محیط کے ایک مفروضہ نقطہ پر چھووے۔ ۱-۳ / ۱-۲۳

(۱۰) اگر ایک دائرہ کے اوپر ذوار بعۃ الاضلاع کھینچا جاوے تو اوسکے مقابل کے دو ضلع ملکر اوسکی کل حد کے آدھے ہونگے + ۳-۳ کا حاصل

سوالات

(۱) ایک دائرہ ایسا کھینچو جو ایک خط مفروضہ کو اوسکے ایک مفروضہ نقطہ پر چھووے اور دوسری نقطۂ مفروضہ مین ہوکر گذرے۔

(۲) ایک خط ایسا کھینچو جو دو دائرہ مفروضہ کو چھووے

(۳) ایک دائرہ ایسا بناؤ جو دو نقطون مفروضہ مین ہوکر گذرے اور ایک خط مفروضہ کو بھی چھووے۔

(۴) ایک دائرہ ایسا بناؤ جو ایک خط مفروضہ کو اوسکے ایک نقطۂ مفروضہ پر چھووے اور ایک مفروضہ دائرہ کو بھی چھووے۔

(۵) ایک دائرہ مفروضہ کا ایسا ایک خط مماس کھینچو جو ایک خط مفروضہ کے متوازی ہو

(۶) دائرہ مفروضہ کا ایک ایسا خط مماس کھینچو کہ جو وہ ایک خط مفروضہ کے ساتھہ زاویہ بناوے وہ زاویہ مفروضہ کے برابر ہو

(۷) مثمن متساوی الاضلاع و متساوی الزوایا یعنی شکل

+ ۱—۱۱
۱—۱۶
۴—۵
کا حاصل
۱—۲۳

+ ۱—۳
۴—۱۷
۱—۳۱

+ ۱—۱۰
۲—۱۱
۲—۱۴
۱—۱۱

+ ۱—۱۱
۱—۳
۱—۳۱
۴ کا پہلا
سوال
۱—۱۰

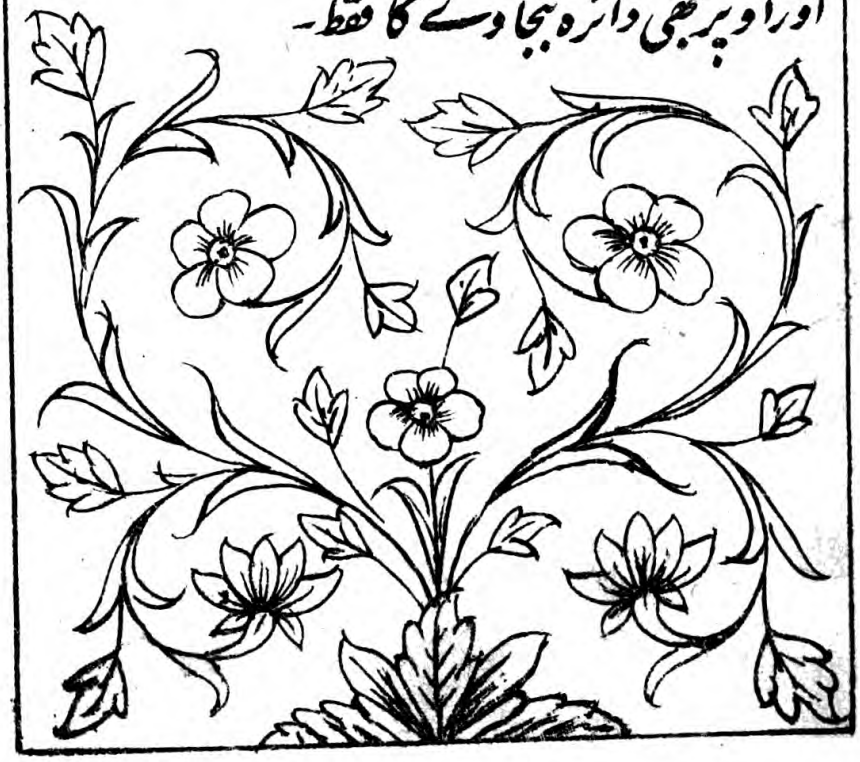
+ ۱—۱۲
۱—۳۱
۴—۱۶

+ ۱—۲۳
۴ کا
۵ سوال

۴—۶
۴—۷

محیط کا پندرھوان حصہ ہوگا اس سبب سے اگر ب گ اور
گ ج خط کھینچے جاوین اور اونکے برابر محیط کے اندر خط ۱-۴
بنائے جاوین تو شکل پندرہ ضلع کی جسکے سب ضلع اور
زاویے آپس مین برابر ہون دائرہ مفروضہ کے اندر
بنجاوے گی۔

اگر جن نقطون پر زاویے شکل مذکور کے واقع ہون وہان
سے خط مماس دائرہ کھینچے جاوین تو شکل پندرہ ضلع کی
جس کے سب زاویے اور ضلع آپس مین برابر ہون دائرہ
کے اوپر بنجاویگی اور بطور مخمس کے شکل مذکور کے اندر
اور اوپر بھی دائرہ بنجاوے گا فقط۔

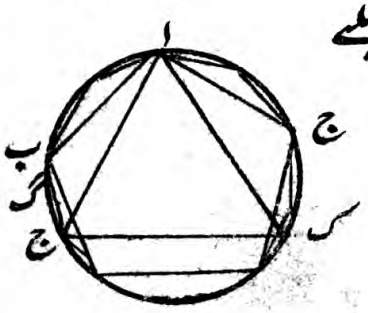


طور پر اوسکا ثبوت بھی ہوجاویگا اور مسدس کی
اندر اور اوپر بھی دائرہ ترکیب مخمس کی بن سکتا ہے

شکل ۱۶

دائرہ مفروضہ کے اندر پندرہ ضلع کی شکل جسکی
سب زاویے اور ضلع آپس مین برابر ہون بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ کے اندر پندرہ ضلع کی شکل
متساوی الاضلاع و متساوی الزوایا بنانی ہے تو فرض کرو
۴-۲ کہ اج ضلع مثلث متساوی الاضلاع کا ہے جو دائرہ کی اندر
بنا ہے اور اب ضلع مخمس کا ہے جو اوسی دائرہ کے اندر
بنا ہے کیونکہ اب ج قوس کل محیط کا ثلث ہے اسلیے جو
کل محیط مین پندرہ حصے برابر ہونگے تو اب ج قوس مین
پانچ حصے ہونگے اور اب قوس مین جو کل محیط کا پانچوان
حصہ ہے تین حصے ہونگے اسلیے



دونون حصون کے ب ج
تفاوت مین دو حصے ہونگے
ب ج محیط کو گ نقطہ پر
۴-۳ نصف کرو تو ب گ اور گ ج ہر ایک قوس ا ب ج ک

آپس مین برابر ہین اور مسدس متساوی الاضلاع ہی اور وہ
متساوی الزوایا بھی ہے کیونکہ اچ اور گ ک برابر قوسون
مین اب ج ک قوس ملانے سے چ اب ج ک کل قوس
گ ک ج ب ا کل قوس کے برابر ہے اور چ اب ج ک
قوس پر چ گ ک زاویہ واقع ہے اور گ ک ج ب ا
قوس پر اچ گ زاویہ اسلیے چ گ ک زاویہ اچ گ
زاویہ کے برابر ہے اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہی ۲۷-۳
کہ مسدس کا ہر ایک باقی زاویہ اچ گ یا چ گ ک زاویہ
کے برابر ہے اس سبب سے مسدس متساوی الزوایا ہی
اور وہ متساوی الاضلاع بھی ہے اور اب ج ک گ چ
دائرہ مفروض کے اندر بنا ہے۔

حاصل

اس سے یہہ ظاہر ہے کہ مسدس کا ضلع نصف
قطر کے برابر ہوتا ہے اور اگر اب ج ک
گ چ نقطون سے خط مماس دائرہ کھینچے
جاوین تو دائرہ کے باہر مسدس متساوی الاضلاع
ومتساوی الزوایا بنجاوے گا اور شکل مخمس کے

خط پ ک خط کی برابر ہے اور گ ب ک مثلث متساوی الاضلاع
ہے اور اس سبب سے اوسکے تینون زاویے آپسمین برابر
۱- حاصل ہین لیکن ایک مثلث کے تین زاویے ملکر دو زاویون قائمے
۱- ۳۲ کے برابر ہوتے ہین اسلیے گ پ ک زاویہ دو زاویون قائمے
کا ثلث یعنی تیسرا حصہ ہے اسیطرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے
کہ ک پ ج زاویہ دو زاویون قائمے کا ثلث ہے اور کیونکہ
گ پ ج اور ج پ ب متصل زاویے دو زاویون قائمے
۱- ۱۳ کے برابر ہین اس سبب سے ج پ ب باقی زاویہ دو زاویون
قائمے کا ثلث ہے اسلیے گ پ ک ک پ ج اور ج پ ب
زاویے آپس مین برابر ہین اور یے زاویے اپنے مقابل
۱- ۱۵ کے زاویون ب پ ا ا پ ح اور ح پ گ کے برابر ہین
اس باعث سے گ پ ک ک پ ج ج پ ب ب پ ا
ا پ ح اور ح پ گ یے سب زاویے آپسمین برابر ہین
۳- ۲۶ لیکن برابر زاویے برابر قوسون پر واقع ہوتے ہین اسلیے
ا ب ب ج ج ک ک گ گ ح اور ح ا قوس آپسمین
۳- ۲۹ برابر ہین اور برابر قوسون کے مقابل برابر وتر ہوتے ہین
اس سبب سے ا ب ج ک گ ح مسدس کے چھہ ضلع

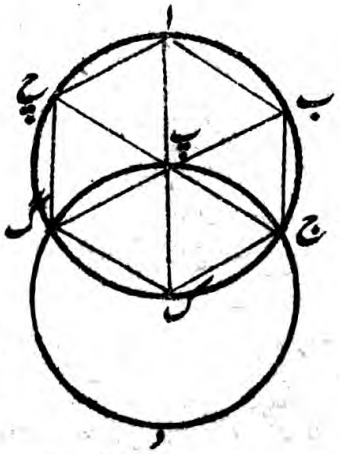
اب ج ک گ مخمس کے اوپر دائرہ بنے گا

شکل ۱۵

دائرہ مفروضہ کی اندر مسدس یعنی شکل چھہ ضلع کی
جسکے سب ضلع اور زاویے آپسمین برابر ہون بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک گ چ دائرہ کے اندر مسدس متساوی الاضلاع
ومتساوی الزوایا بنانا ہے تو دائرہ کا پ مرکز معلوم کرو ۳-۱
اور اپ ک خط کھینچ لو ک مرکز سے ک پ دوری
پر گ پ ج و دائرہ بناؤ گ پ اور ج پ خط
کھینچکر اونکو ب اور چ نقطہ تک بڑھاؤ اور اب ب ج ج ک
ک گ گ چ اور چ ا خط کھینچ لو اب ج ک گ چ مسدس
متساوی الاضلاع ومتساوی الزوایا ہوگا۔

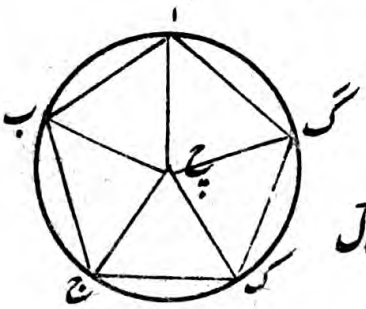
ثبوت



اب ج ک گ چ دائرہ کا
پ مرکز ہے اسلیے پ گ خط
پ ک خط کے برابر ہے اور
کیونکہ گ پ ج و دائرہ کا
ک مرکز ہے اسلیے ک گ

وے خط ملتے ہین چ ب چ ا چ گ خط کھینچو تیرھوین
شکل کے بموجب یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ج ب ا
و ب ا گ اور ا گ ک زاویون کے چ ب و چ ا اور
چ گ خط سے دو برابر حصے ہوگئے ہین

ثبوت



ب ج ک زاویہ ج ک گ
زاویہ کے برابر ہے اور چ ج ک
زاویہ ب ج ک زاویہ کا
نصف ہے اور ج ک چ زاویہ ج ک گ زاویہ کا نصف
ہے اسلیے چ ج ک زاویہ ج ک چ زاویہ کے برابر علوم متعارفہ ۷
ہے اور اس سبب سے چ ج ضلع چ ک ضلع کے
برابر ہے اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ہر ایک ۱-۶
چ ب چ ا اور چ گ خط چ ج یا چ ک خط کے برابر ہی
اسلیے چ ا چ ب چ ج چ ک اور چ گ خط آپسمین
برابر ہین اس باعث سے ان پانچ خطون مین ایک
خط کی دوری پر چ مرکز سے جو دائرہ کھینچا جاویگا
وہ باقی چار خطون کی حدون مین ہوکر گذریگا اور وہی

ایک مثلث کے باقی ضلع دوسرے مثلث کے باقی ضلعون
کے برابر ہین اور اس سبب سے چ و عمود چ م عمود کی برابر ہے ۱-۲۶
اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ چ ل چ ن چ پ
ہر ایک عمود چ و یا چ م عمود کے برابر ہوگا اسلیے چ پ چ و
چ م چ ل اور چ ن خط آپس مین برابر ہین اور اس سبب
سے ان پانچ خطون مین ایک خط کی دوری پر چ مرکز سی جو
دائرہ کھینچا جاویگا سے وہ باقی چار خط کی حدو نمین ہوکر گذریگا
اور پ و م ل اور ن نقطہ پر کے زاویی قائمہ ہین اسلیے
ان ہر ایک نقطون سے قطر پر جو عمود کھنچا ہے وہ دائرہ کو
چھو ویگا اس سبب سے اب ج ک گ مخمس کے اندر
دائرہ بن گیا۔

شکل ۱۴

شکل مخمس کے اوپر دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک گ شکل پانچ ضلع کی جسکے سب زاویی
اور ضلع آپس مین برابر ہین اوسکے اوپر ایک دائرہ بنانا ہے
تو ب ج ک ج ک گ زاویون کے ج چ اور ک چ
خط سے نصف حصے کرو اور چ نقطہ سے جہان پر ۱-۹

۱-۴ ب چ قاعدہ چ ک قاعدہ کے برابر ہے اور ج ب چ
زاویہ ج ک چ زاویہ کے برابر ہے اور کیونکہ ج ک گ زاویہ
ب ج ک چ زاویہ سے دوچند ہے اور ج ک گ زاویہ ج ب ا
زاویہ کے برابر ہے اور ج ک چ زاویہ ج ب چ زاویہ کے
برابر ہے اس سبب سے ج ب ا زاویہ بھی ج ب چ
زاویہ سے دوچند ہے اور اس باعث سے ج ب ا زاویہ
کے ب چ خط سے دو برابر حصے ہوگئے اسیطرح سے یہہ بھی
ثابت ہوسکتا ہے کہ ب ا گ اور ا گ ک زاویون کے
ا چ اور گ چ خط سے دو برابر حصے ہوگئے ہین چ نقطہ
سے چ پ چ و چ م چ ل اور چ ن عمود ا ب ب ج
ج ک ک گ اور گ ا خط پر کھینچو کیونکہ چ و ج اور چ م ج
مثلثون مین و ج چ زاویہ م ج چ زاویہ کے برابر ہے
اور چ و ج زاویہ قائمہ
چ م ج زاویہ قائمہ کے
برابر ہے اور چ ج ضلع جو
برابر زاویونکے مقابل ہے
دونون مثلث مین مشترک ہے اسلیے

پ ن ل ہر ایک زاویہ دم ل یا م ل ن زاویہ کے برابر
ہے اس باعث سے پ دم دم ل م ل ن ل ن پ اور
ن پ د زاویے آپس مین برابر ہین اور اسیلیے پ دم ل ن
شکل مخمس کے سب زاویے آپس مین برابر ہین اور اسکے سب
ضلع بھی برابر ہین اسیلیے وہ شکل مطلوب اب ج ک گ دائرہ کے
اوپر بنگئی۔

شکل ۱۳

شکل مخمس کہ جسکے سب زاویے اور ضلع آپسمین
برابر ہون اوسکے اندر ایک دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک گ مخمس کے اندر دائرہ بنانا ہے تو ج ک
اور ج ک گ زاویون کے ج چ اور ک چ خط سے نصف ۱-۹
حصے کرو اور چ نقطہ سے جہان پر وے خط ملتے ہین چ ب
چ ا اور چ گ خط کھینچو

ثبوت

ب ج چ اور ک ج چ مثلثون مین ب ج ضلع ج ک
ضلع کے برابر ہے ج چ ضلع دونون مین مشترک ہے اور ف
ب ج چ زاویہ ک ج چ زاویہ کے برابر ہے اس لیے

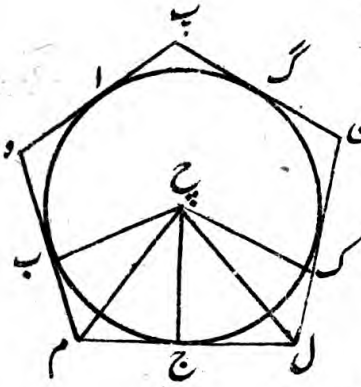
چ ل ج مثلثون مین ایک مثلث کے دو زاویے دوسرے
مثلث کے دو زاویون کے برابر ہین اور چ ج ضلع جو برابر
زاویون کے قریب ہے دونون مین مشترک ہے اسلیے چ م ج
تیسرا زاویہ چ ل ج تیسرے زاویہ کے برابر ہے اور ایک
مثلث کے باقی ضلع دوسرے مثلث کے باقی ضلعونکے
۱-۲۶ برابر ہین اس باعث سی م ج ضلع ج ل ضلع کی برابر ہی اور
اس سبب سے م ل خط م ج خط سی دوچند ہی اسیطرحسی یہہ بھی
ثابت ہوسکتا ہی کہ د م خط ب م خط سے دوچند ہے اور کیونکہ م ب
مذکور م ج کے برابر ہی اور م ل خط م ج خط سے دوچند ہی اور
ع-۶ ب م سے د م دوچند ہے اسلیے م ل کے د م برابر ہی اسیطرحسی
یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ پ و پ ن اور ن ل ہر ایک
خط د م یا م ل خط کے برابر ہے اور اسلیے پ د م ل ن شکل
کے سب ضلع آپس مین برابر ہین کیونکہ چ م ج زاویہ
بھی چ ل ج زاویہ کے برابر ہے د م ل زاویہ چ م ج
زاویہ سے دوچند ہے اور م ل ن زاویہ چ ل ج زاویہ سی
ع-۶ دوچند ہے اس سبب سی د م ل زاویہ م ل ن زاویہ کی برابر ہی
اسیطرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ م و پ و پ ن اور

اور ب م مربع برابر ہین لیکن چ ج مربع کے چ ب مربع
برابر ہے اسلیے باقی م ج مربع باقی ب م مربع کے برابر
ہے اور م ج خط کے ب م خط برابر ہے چ م ج اور
چ م ب مثلثون مین چ ج ضلع چ ب ضلع کے برابر ہے
اور چ م ضلع دونون مین مشترک ہے اور م ج قاعدہ ب م
قاعدہ کے برابر ہے اسلیے ج م چ زاویہ ب م چ زاویہ کے
برابر ہے اور ج چ م زاویہ ب چ م زاویہ کے برابر ہے ۸-۱
اور اس سبب سے ج م ب زاویہ ج م چ زاویہ سے
دوچند ہے اور ج چ ب زاویہ ج چ م زاویہ سے دوچند
ہے اور اسیطرحسے ج چ ک زاویہ ج چ ل زاویہ سے
دوچند ہے اور ج ل ک زاویہ ج ل چ زاویہ سے دوچند
ہے لیکن ب ج قوس ج ک قوس کے برابر ہے اسلیے
ب چ ج زاویہ ج چ ک زاویہ کے برابر ہے اور ب چ ج ۲۷-۳
زاویہ مذکور م چ ج زاویہ سے دوچند ہے اور ج چ ک
زاویہ ج چ ل زاویہ سے دوچند ہے اس سبب سے م چ ج
زاویہ ج چ ل زاویہ کے برابر ہے چ ج م زاویہ قائمہ ۷-ع
بھی چ ج ل زاویۂ قائمہ کے برابر ہے چ م ج اور

اوسکے زاویے محیط کے ا د ب و ج و ک و گ نقطون پر واقع
ہین اس سبب سے ا ب و ب ج و ج ک و ک گ اور گ ا
۴-۱۱ قوس برابر ہونگے اور نقطون مذکور سے پ و و م و م ل و
۴-۱۰ و ل ن اور ن پ خط کھینچو جو دائرے کو چھوین پ م ل ن
شکل مخمس مطلوب ہوگی چ مرکز معلوم کرو اور چ ب و چ م و
چ ج و چ ل اور چ ک خط کھینچو۔

ثبوت

خط م ل دائرے کو ج نقطہ پر چھوتا ہے اور چ ج خط
چ مرکز سے ج نقطہ تک کھینچا ہے اسلیے چ ج خط م ل
۳-۱۸ خط پر عمود ہے اور اس سبب



سے ج پر کے زاویے قائمہ
ہین اور کیونکہ چ ج م اور
چ ب م زاویے قائمہ ہین
اس سبب سے چ م مربع
۱-۴۷ کے چ ج مربع اور م ج مربع ملکر برابر ہین اور چ ب
مربع اور ب م مربع بھی ملکر چ م مربع کے برابر ہین اس
سبب سے چ ج مربع اور م ج مربع کے چ ب مربع

شکل متساوی الاضلاع ہے اب قوس مذکور کے ک گ قوس
برابر ہے انمین ب ج ک قوس ملانے سے اب ج ک
تمام قوس گ ک ج ب تمام قوس کے برابر ہو گی لیکن
اب ج ک قوس پر اگ ک زاویہ واقع ہے اور گ ک ج ب
قوس پر ب اگ زاویہ ہے اس لیے اگ ک
زاویہ ب اگ زاویہ کے برابر ہے بہ سبب دلیل ۳-۲۷
مذکور کے اب ج ب ج ک اور ج ک گ ہر ایک زاویہ
ب اگ یا اگ ک زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے
اب ج ک گ شکل کے سب زاویے آپس مین برابر
ہین اور اسکے ضلع بھی سب برابر ہین اس باعث سے دائرہ
مفروض کے اندر پانچ ضلع کی ایسی شکل بنگئی جسکے سب ضلع
اور زاویے آپس مین برابر ہین -

شکل ۱۲

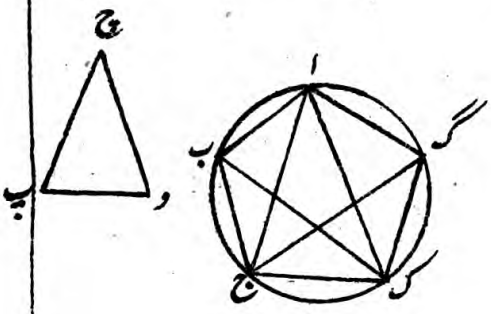
دائرہ مفروض کے اوپر ایک پانچ ضلع کی شکل
بناؤ جسکے سب زاویے اور ضلع آپسمین برابر ہون

فرض کرو کہ اب ج ک گ دائرے کے اوپر شکل مخمس بنائی ہے
تو فرض کرو کہ جو شکل مخمس دائرے کے اندر بنائی جاوے

زاویہ کے برابر ہو اور اس باعث سے وہی ج ا ک زاویہ سی
دوچند بھی ہونگے ا ج ک اور ا ک ج زاویون کی ج گ اور
۹-۱ ک ب خط سے برابر دو حصے کرو اب ب ج ک گ
اور گ ا خط کھینچ لو تو اب ج ک گ مخمس مطلوب ہوگا

ثبوت

ا ج ک اور ا ک ج ہر ایک زاویہ ج ا ک زاویہ سے
دوچند ہے اور انکے ج گ اور ک ب خط سے دو نصف
حصہ ہوگئے ہین اسلیے



ک ا ج ا ج ک
گ ج ک ج ک ب
اور ب ک ایسے سب
زاویے آپسمین برابر
۳-۲۶ ہین لیکن برابر زاویے برابر قوسون پر واقع ہوتے ہین
اسلیے اب ب ج ج ک ک گ اور گ ا ایسے قوس
۳-۲۹ آپس مین برابر ہین اور برابر قوسون کے مقابل برابر وتر ہوتے
ہین اس سبب سے اب ب ج ج ک ک گ اور گ ا
خط آپس مین برابر ہین اس باعث سے اب ج ک گ

ب ج ک زاویہ بھی دوچند ک ا ج زاویہ کے برابر ہے اور
ب ج ک زاویہ ا ک ب اور ا ب ک ہر ایک زاویہ کے
برابر ہے اس سبب سے ا ک ب اور ا ب ک ہر ایک زاویہ
دوچند ک ا ب زاویہ کے برابر ہے اسلیے ا ب ک ایسا مثلث
متساوی الساقین بنگیا ہے جسکے قاعدہ پر کا ہر ایک زاویہ
تیسرے زاویہ سے دوچند ہے۔

شکل ۱۱

دائرہ مفروضہ کے اندر مخمس یعنے شکل پانچ
ضلع کی جسکے سب زاویے اور ضلع آپسمین
برابر ہون بناؤ

فرض کرو کہ ا ب ج ک گ دائرہ کے اندر شکل پانچ ضلع
کی بنانی ہے تو چ پ د مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکے ۴-۱۰
پ اور د نقطہ پر کا ہر ایک زاویہ چ پر کے زاویہ سے دوچند
ہو اور ا ب ج ک گ دائرہ کے اندر ا ج ک مثلث بناؤ ۴-۲
جسکے زاویے چ پ د مثلث کے زاویون کے برابر ہون
یعنی ج ا ک زاویہ چ پر کے زاویے کے برابر ہو اور
ا ج ک اور ج ک ا ہر ایک زاویہ پ یا د نقطہ پر کے

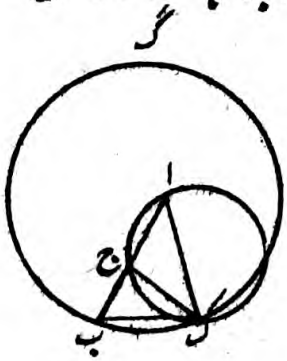
اوس سے ک نقطہ پر ملتا ہے اور اب + ب ج سطح ب ک
۳۰-۳ مربع کے برابر ہے اسلیے ب ک خط دائرہ ا ج ک کو چھوئیگا
اور کیونکہ ب ک خط دائرے کو چھوتا ہے اور ک ج خط ک
نقطہ تماس سے کھنچا ہے اسلیے ب ک ج زاویہ تبادل قطعہ
۳۲-۳ دائرہ ک ا ج زاویہ کے برابر ہوگا انمین ج ک ا زاویہ
جوڑنے سے کل زاویہ ب ک ا زاویون ج ک ا اور
۳۲-۱ ک ا ج کے یا باہری زاویہ ب ج ک کے برابر ہے
لیکن اک ضلع اب ضلع کے برابر ہے اسلیے ب ک ا زاویہ
۵-۱ ج ب ک زاویہ کے برابر ہوگا اس سبب سے ج ب ک زاویہ
ب ج ک زاویہ کے برابر ہے اس باعث سے ب ک ا و ک ب ا اور
ب ج ک زاویے آپس مین برابر ہین چونکہ ج ب ک زاویہ ب ج ک
زاویہ کے برابر ہے اسلیے ک ب ضلع ک ج ضلع کے برابر
ہے لیکن ک ب کے ج ا برابر ہے اس سبب سے ج ا
بھی ج ک کے برابر ہے اور اسلیے ج ک ا زاویہ ج ا ک
۵-۱ زاویہ کے برابر ہے اور ج ک ا اور ک ا ج زاویے
ملکر دوچند ک ا ج زاویہ کے برابر ہین لیکن ج ک ا
۳۲-۱ اور ک ا ج زاویے ب ج ک زاویہ کے برابر ہین اسلیے

زاویہ سے دوچند ہو

کوئی خط اب فرض کرو اور اوسکے ج نقطہ پر ایسے دو ۲-۱۱
حصے کرو کہ اب + ب ج سطح اج مربع کے برابر ہو ا
مرکز سے اب دوری پر ب ک گ دائرہ بناؤ اور اوس مین
ب ک خط اج خط کے برابر بنالو اور اج خط قطر دائرہ سے ۴-۱
بڑا نہین ہے ک ا خط کھینچ لو تو اب ک مثلث مطلوب ہوگا
اور اوسکا اب ک اور اک ب ہر ایک زاویہ ب اک زاویہ
سے دوچند ہوگا ک ج خط کھینچ لو اور اک ج مثلث کے
اوپر اج ک دائرہ بنالو۔ ۴-۵

ثبوت

اب + ب ج سطح اج مربع کے برابر ہے اور اج کے ب
ب ک برابر ہے اسلیے



اب + ب ج سطح ب ک مربع
کے برابر ہے اور کیونکہ اج ک
دائرہ کے باہر ب نقطہ سے
دو خط ب ج ا اور ب ک محیط تک کھنچے ہین اون مین
ب ج ا خط دائرے کو ج نقطہ پر کاٹتا ہے اور خط ب ک

حصے ہوسکتے اسیطرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ اب ج
ب ج گ اور ج گ ا ہر ایک زاویہ کے ب گ اور ا ج
خط سے دو برابر حصے ہوجاوین گے کیونکہ گ اب زاویہ ا ب ج
زاویہ کے برابر ہے اور نصف گ اب زاویہ کی گ اب زاویہ
برابر ہے اور نصف ا ب ج زاویہ کے گ ب ا زاویہ برابر
ہے اسلیے گ اب زاویہ گ ب ا زاویہ کے برابر ہے اس
سبب سے گ ا ضلع گ ب ضلع کے برابر ہے اور اسی
طرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ہر ایک ضلع گ ج
اور گ گ ضلع گ ا یا گ ب کے برابر ہے اس سبب
سے گ ا گ ب گ ج اور گ گ آپسمین برابر ہین اسلیے
ان چار خطون مین سے ایک خط کی دوری پر گ مرکز سے
جو دائرہ کھینچا جاوے گا وہ باقی تین خطون کی حدونمین
ہوکر گذرے گا اور وہی ا ب ج گ مربع کے برابر
دائرہ بنے گا۔

۱ حدود ۳۲

علوم متعارفہ ۴

۱ ۔ ۶

شکل ۱۰

ایک ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکے
قاعدہ پر کا ہر ایک زاویہ مثلث کے تیسرے

اور کیونکہ گ چ و اور م نقطون پر کے زاویے قائمہ ہین ۱-۳۰
اور جو خط قطر کی حد سے اوسپر عمود کھینچا جاتا ہے وہ خط مماس
دائرہ ہوگا اسلیے اب ب ج ج ک اور ک ا ہر ایک خط ۳-۱۶ کا حاصل
دائرے کو چھووے گا اس سبب سے اب ج ک مربع کے
اندر دائرہ بنگیا۔

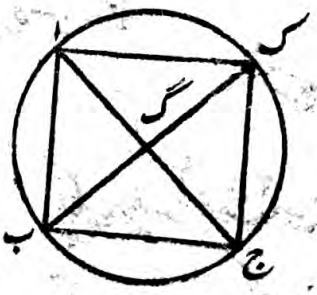
شکل ۹

مربع مفروضہ کے گرد دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک مربع مفروضہ کے گرد دائرہ بنانا ہی
اج اور ب ک خط کھینچ لو اور جس نقطہ پر وے ملین وہان
ک نقطہ کرلو۔

ثبوت

ک اج اور ب اج مثلثون مین اک ضلع اب ضلع
کے برابر ہے اج ضلع دونون مین مشترک ہی اور ک ج
قاعدہ ب ج قاعدہ کے برابر

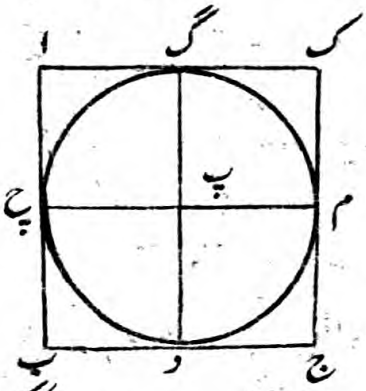


ہے اسلیے ک اج زاویہ ب اج
زاویہ کے برابر ہے یعنی ک اب ۱-۱
زاویہ کے اج خط سے دو برابر

۱-۱۰ حصے کرو گ نقطہ سے خط گ و خط اب یا ک ج کے
۱-۳۱ متوازی کھینچو نقطہ چ سے خط چ م خط اک یا ب ج کے
متوازی کھینچو تو ام م ب اور و ک اپ پ ج ب پ
اور پ ک ہر ایک شکل متوازی الاضلاع ہوگی اور اسیلیے
۱-۳۴ کسی ضلع کا مقابل ضلع بھی برابر ہوگا

ثبوت

م حدود ۱-۳۰ اک کے اب برابر ہے اور نصف اک کے اگ برابر ہے
علوم متعارفہ ۵۱ نصف اب کے اچ برابر ہے اسیلیے اچ کے اگ برابر ہے
لیکن چ پ مقابل ضلع اگ کے برابر ہے پ گ
مقابل ضلع اچ کے اسیلیے



پ گ کے چ پ برابر ہے
اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا
ہے کہ پ و اور پ م ہر ایک
خط پ چ یا پ گ خط کے برابر ہے اسواسطے پ گ
پ چ پ و پ م خط آپس مین برابر ہین اسیلیے چار
خطون مین سے ایک خط کی دوری پر پ مرکز سے جو دائرہ
کھینچا جاویگا وہ باقی تین خطون کی حدون مین ہوکر گذریگا

شکلین آپس مین شکل متوازی الاضلاع ہین اس باعث سے
پ چ دم پ و اور چ م برابر ہین ۱-۳۴
کیونکہ خط اج اور ب ک برابر ہین اور ہر ایک خط پ و
اور چ م خط اج کے برابر ہے اور ہر ایک خط پ چ اور
دم خط ب ک کے برابر ہے اسیلیے پ و چ م پ چ
اور دم خط آپسمین برابر ہین اس سبب سے چ پ دم
شکل ذو اربعۃ الاضلاع کے ضلع آپس مین برابر ہین۔
پھر کیونکہ پ ب گ ا شکل متوازی الاضلاع ہے اور اگ ب
زاویہ قائمہ ہے اسیلیے اپ ب زاویہ بھی قائمہ ہے اور ۱-۳۴
اسیطرح پر یہہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ و م اور چ نقطہ
پر کے زاویے قائمہ ہونگے اسیلیے چ پ دم شکل قائم الزوایا
ہے اور اوسکے سب ضلع بھی آپس مین برابر ہین اسیلیے وہ
شکل مربع ہوگی اور وہ اب ج ک دائرے کے اوپر بنی ہے

شکل ۸

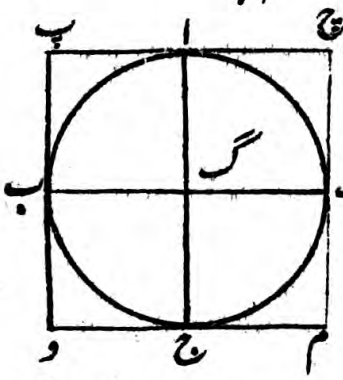
مربع مفروضہ کے اندر دائرہ بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک مربع مفروضہ کے اندر دائرہ بنانا ہے
تو اب اور اک ضلع کے چ اور گ نقطہ پر دو برابر

شکل ۷

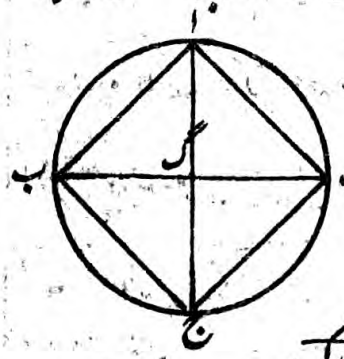
دائرہ مفروضہ کے اوپر مربع بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ مفروضہ کے اوپر مربع بنانا ہے
تو دائرہ کا گ مرکز معلوم کرا وسمین اج اور ب ک ایسے
قطر کھینچو کہ اون مین ایک دوسرے پر عمود ہو اب ج اور
ک نقطہ پر چ پ پ و و م اور م چ خط مماس دائرہ
کھینچو تو شکل پ و م چ مطلوب ۳-۱۷



ہوگی چ پ خط دائرہ کو چھوتا
ہے اور گ ا خط مرکز سے نقطہ
تماس تک کھنچا ہے اسلیے
نقطہ ا پر کے زاویے قائمہ ہونگے اور بسبب دلیل مذکور کے
ب ج اور ک نقطہ پر کے زاویے قائمہ ہونگے اور کیونکہ
اگ ب اور گ ب پ زاویے قائمہ ہین اسلیے پ و
اور اج خطوط متوازیہ ہین اور بسبب دلیل مذکور کی چ م
اور اج خطوط متوازیہ ہین اور اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ۱-۲۹
ہوسکتا ہے کہ ہر ایک خط پ چ و م خط ب گ ک کے
متوازی ہے اسلیے پ م پ ج ا م چ ب اور ب م

تو دائرہ کا گ مرکز معلوم کر اوسمین اج اور ب ک ایسی قطر ۳-۱
کھینچو کہ اونمین ایک دوسرے پر عمود ہو اور اب ب ج ج ک ۱-۱۱
اور ک ا خط کھینچ لو تو شکل ا ب ج ک مربع مطلوب ہوگا۔



ثبوت

ب گ ضلع گ ک ضلع کے برابر ہے اور گ اب اور گ اک مثلثون مین اگ ضلع مشترک ہے اور ب ک خط پر عمود بھی ہے اسلیے ب ا قاعدہ اک قاعدہ کے برابر ۱-۴
ہے اور بسبب دلیل مذکور کے ہر ایک خط ب ج اور ج ک خط ب ا یا اک کے برابر ہوگا اور اسلیے شکل ا ب ج ک ذو اربعۃ الاضلاع کے سب ضلع آپسمین برابر ہین اور کیونکہ ب ک قطر دائرہ ہے اسلیے ب اک نصف دائرہ ہے اس سبب سے ب اک زاویہ قائمہ ہوگا اور بسبب دلیل مذکور ۳-۳۱
کے ہر ایک زاویہ ا ب ج ب ج ک اور ج ک ا زاویہ قائمہ ہے اسلیے شکل ا ب ج ک قائم الزوایا ہے اور اسکے سب ضلع بھی آپسمین برابر ہین اس سبب سے وہ شکل مربع م حدود
ہے اور ا ب ج ک دائرہ کے اندر بنی ہے ۱-۲۰

حاصل

اگر دائرہ کا مرکز مثلث کے اندر ہو تو ظاہر ہے کہ
اوسکا ہر ایک زاویہ اوس قطعہ دائرہ مین واقع ہوگا
جو نصف دائرہ سے بڑا ہے اور اسلیے ہر ایک زاویہ
مثلث کا زاویۂ قائمہ سی چھوٹا ہوگا

لیکن جو مرکز دائرہ کا مثلث کے ایک ضلع مین ہو تو اس ضلع کے مقابل کا زاویہ نصف دائرہ مین واقع ہوگا اور اسلیے وہ زاویہ قائمہ ہوگا اور جو مرکز مثلث کے باہر ہو تو جس ضلع کی باہر مرکز ہوگا اوسکے مقابل کا زاویہ اوس قطعہ دائرہ مین واقع ہوگا جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے اور اسلیے وہ زاویہ قائمہ سے بڑا ہوگا اسلیے اگر مثلث حاد الزاویہ ہو تو مرکز دائرہ کا مثلث کے اندر ہوگا اگر مثلث قائم الزاویہ ہو تو مرکز دائرہ کا زاویۂ قائمہ کے مقابل ضلع مین ہوگا اور جو مثلث منفرج الزاویہ ہو تو زاویۂ منفرجہ کی مقابل ضلع کے باہر مرکز دائرہ کا ہوگا۔

شکل ۶

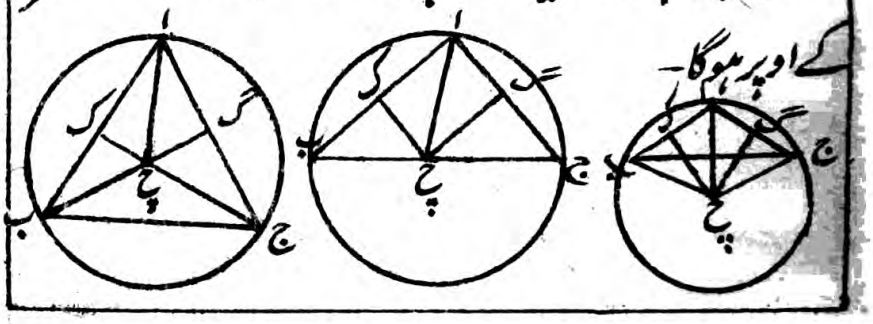
دائرہ مفروضہ کے اندر مربع بناؤ

فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ مفروضہ کے اندر مربع بنانا ہے

خطون پر عمود کھینچو یے بڑھانے سے کسی نقطہ پر ملجاوینگے اگر ۱-۱۲
نہ ملین تو وے متوازی ہونگے اسلیے اب اور اج خط جو اونپر
عمود ہین وے بھی متوازی ہونگے یہہ ناممکن ہی اسلیے فرض کرو
کہ کچ اور گچ خط چ نقطہ پر ملتے ہین چ ا خط کھینچ لو
اگر ب ج خط مین چ نقطہ نہو تو ب چ اور ج چ خط بھی
کھینچ لو۔

ثبوت

اک ضلع ک ب ضلع کے برابر ہی اور اک چ اور ب ک چ ب
مثلثون مین ک چ ضلع مشترک ہے اور اب خط پر عمود بھی
ہے اسلیے اچ قاعدہ ب چ قاعدہ کے برابر ہے اور بسبب ۱-۴
دلیل مذکور کے اچ خط ج چ خط کے برابر ہے اس طرح سی
اچ و ب چ اور ج چ خط آپسمین برابر ہین اور ان مین ایک خط
کی دوری پر چ مرکز سے جو دائرہ کھینچا جاویگا وہ باقی دو خط کی
حدون مین ہوکر گذریگا اور وہی دائرہ اب ج مثلث مفروضہ
کے اوپر ہوگا۔



زاویہ قائمہ کے برابر ہے اور ک ب ضلع ایک مثلث کی ک گ ب
زاویہ کے مقابل ہے اور دوسرے مثلث کے ک چ ب زاویہ
کے مقابل ہے اسلیے ایک مثلث کی باقی ضلعے دوسری مثلث
۱-۲۶ کے باقی ضلعون کے برابر ہونگے اس سبب سے ک گ خط
ک چ خط کے برابر ہے اور بہ سبب دلیل مذکور کے خط ک پ
خط ک چ کی برابر ہے اسطرح سے ک گ و ک چ اور ک پ
خط آپس مین برابر ہین اس باعث سے ان تین خطون مین ایک
خط کی دوری پر ک مرکز سے جو دائرہ کھینچا جاویگا وہ باقی دو خط
کی حدون مین ہوکر گذرے گا کیونکہ گ پ چ نقطون پر کی زاویے
بھی قائمہ ہین اسلیے ہر ایک ا ب و ب ج اور ج ا خط جو قطر
۳-۱۶ کی حد سے اوسپر عمود کھینچا ہے وہ گ چ پ دائرے کو چھوویگا
اس سبب سے ا ب ج مثلث کے اندر گ چ پ دائرہ بنگیا

شکل ۵

مثلث مفروضہ کے اوپر دائرہ بناؤ

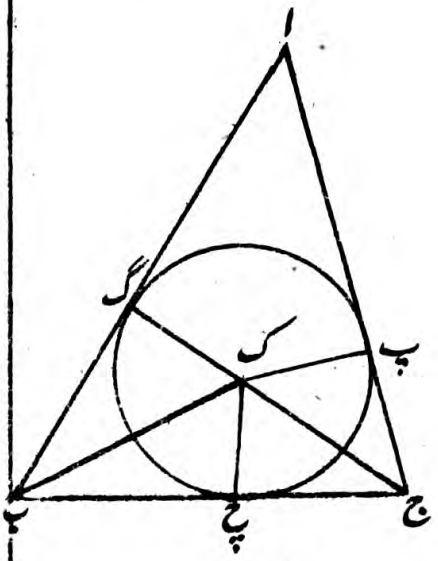
فرض کرو کہ ا ب ج مثلث کے اوپر دائرہ بنانا ہے تو ا ب
۱-۱۰ اور ا ج خط کے ک اور گ نقطون پر نصف حصے کرو اور
ان نقطون سے ک چ اور گ چ خط ا ب اور ا ج

گ چ گ زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے ن ل س
باقی زاویہ بھی گ ک چ باقی زاویہ کے برابر ہوگا پس
اب ج دائرہ کے اوپر ل ن س مثلث ایسا بنگیا ہے جسکے
زاویے ک چ گ مثلث مفروضہ کے زاویون کے برابر ہین۔

شکل ۴

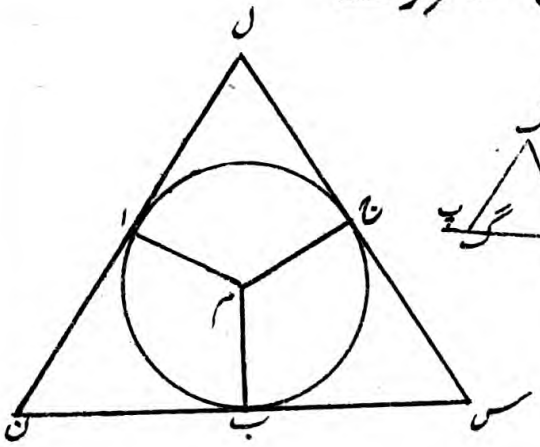
مثلث مفروضہ کے اندر دائرہ کھینچو +

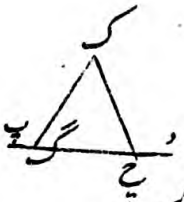
فرض کرو کہ اب ج مثلث کے اندر دائرہ بنانا ہے تو اب ج
اور اج ب زاویون کے ب ک اور ج ک خط سے دو
برابر حصہ کرو اور ک نقطہ سے جسپر ب ک اور ج ک خط ۹-۱
ملتے ہین ک گ و ک چ اور ک پ خط اب و ب ج اور
ج ا خط پر عمود کھینچو۔ ۱۲-۱



ثبوت

گ ب ک اور چ ب ک
مثلثون مین گ ب ک
زاویہ چ ب ک زاویہ کے
برابر ہے اور ک گ ب
زاویہ قائمہ ک چ ب





وم ب اور م ج خط مرکز سے
کھینچے ہین
اسلیے ا ب
اور ج نقطہ پر
کے زاویے
قائمہ ہونگے اور ۳-۱۸
کیونکہ ا ن ب م شکل ذوار بعۃ الاضلاع مین ن م خط کھینچنے
سے اوسکے دو مثلث بنجاوینگے اسلیے اوسکے چارون زاویے
چار زاویون قائمے کے برابر ہونگے اور اون چار زاویونمین
دو زاویے م ا ن اور م ب ن قائمہ ہین اس سبب سے
باقی دو زاویے ا م ب اور ا ن ب ملکر دو زاویون قائمہ
کے برابر ہونگے لیکن ک گ چ اور ک گ پ زاویے بھی
ملکر دو زاویون قائمہ کے برابر ہین اس سبب سے ا م ب اور
ا ن ب زاویون کے ک گ پ اور ک گ چ زاویے برابر
ہین لیکن ان مین ک گ پ زاویہ ا م ب زاویہ کے برابر
ہے اسلیے باقی زاویہ ا ن ب باقی زاویہ ک گ چ کی برابر
ہوگا اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ل س ن زاویہ

علوم متعلقہ
۱-۱۳
ع-۱
ب
ع-۳

شکل ۳

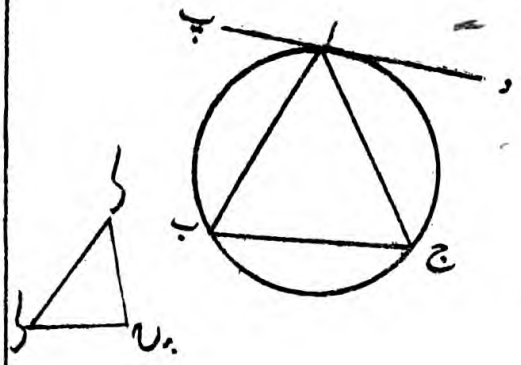
مفروضہ دائرہ کے اوپر ایک مثلث بناؤ جسکے زاویے ایک مفروضہ مثلث کے زاویون کے برابر ہون

فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے اوپر ایک ایسا مثلث بنانا ہے جس کے زاویے ک گ چ مثلث کے زاویون کے برابر ہون گ چ خط کو دونون طرف پ اور و نقطون تک بڑھاؤ اور اب ج دائرہ کا م مرکز معلوم کرو اور اوس سے کوئی خط م ب کھینچ لو اور ۳-۱
م ب خط کے م نقطہ پر ب م ا زاویہ ک گ پ زاویہ کے برابر بناؤ اور ب م ج زاویہ ک چ و زاویہ کی ۱-۲۳
برابر بناؤ اور ا و ب اور ج نقطون سے ل ان ون پر
اور س ج ل خط کھینچو جو اب ج دائرہ کو چھو دین تو ۳-۱۷
ل ن س مثلث مطلوب ہوگا

ثبوت

ل ن ن س اور س ل خط اب ج دائرہ کو
ا اور ب اور ج نقطہ پر چھوتے ہین اور اونپر م ا

ا نقطہ پر پ اب زاویہ ک چ گ زاویہ کے برابر بناو
اور ب ج خط کھینچ لو

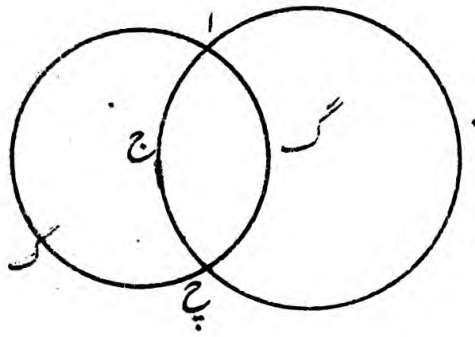


ثبوت

خط پ اد دائرہ
اب ج کو چھوتا ہی
اور خط اج نقطہ
تماس سے کھینچا ہے اسلیے واج زاویہ متبادل قطعہ دائرہ
کا اب ج زاویہ کے برابر ہے لیکن واج زاویہ ۳۲-۳
ک گ چ زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے اب ج
زاویہ بھی ک گ چ زاویہ کے برابر ہے اور بسبب دلیل
مذکور اج ب زاویہ ک چ گ زاویہ کے برابر ہی اس
باعث سے ب اج باقی زاویہ گ گ چ باقی زاویہ کے
برابر ہے اسلیے اب ج مثلث کے سب زاویے ک گ چ ۳۲-۱
مثلث کے سب زاویون کے برابر ہین اور وہ اب ج
دائرہ کے اندر بنا ہے

ثبوت

اگ چ دائرہ کا ج مرکز ہے اسلیے ج ا خط ج گ خط
کے برابر ہے لیکن



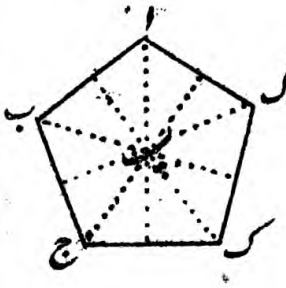
ک خط بھی ج گ
خط کے برابر ہے اس
سبب سے ک خط
ج ا خط کے برابر ہے
اس باعث سے ک خط جو قطر دائرہ سے بڑا نہین ہے
اوسکے برابر ج ا خط ا ب ج دائرہ مین کھنچ گیا

شکل ۲

دائرہ مفروضہ کے اندر ایک مثلث بناؤ جسکے
زاویے مثلث مفروضہ کے زاویونکی برابر ہون

فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ اور ک گ چ مثلث ہی ا ب ج
دائرہ کے اندر ایک مثلث بناؤ جسکے زاویے ک گ چ
مثلث کے زاویون کے برابر ہون پ ا و خط کھینچو جو دائرہ
کو ا نقطہ پر چھوؤے اور ا و خط کے ا نقطہ پر و ا ج ۳-۱۷
زاویہ ک گ چ زاویہ کے برابر بناؤ اور ا پ خط کے ۱-۲۷

۱۰ مرکز کثیر الاضلاع متساوی الاضلاع کا وہ نقطہ ہی جو اسکے سب ضلعون اور زاویون سے برابر دوری پر ہے مثلاً اب ج ک گ کثیر الاضلاع کا پ مرکز ہے



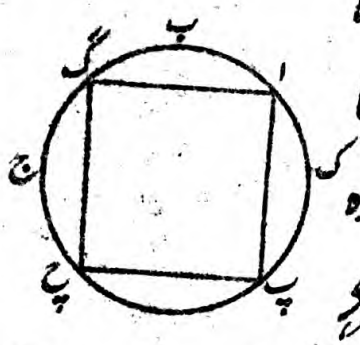
۱۱ ایک شکل کے محیط یا گھیر کو حد کہتے ہین

شکل ۱

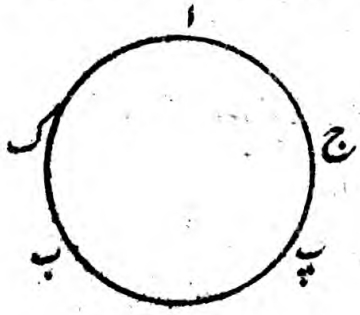
دائرہ مفروضہ مین ایک خط کھینچو جو خط مفروضہ کے برابر ہو مگر خط مفروضہ قطر دائرہ سے بڑا نہو

فرض کرو کہ اب ج دائرہ ہے اور ک خط ہے جو قطر دائرہ سے بڑا نہین ہے اب ج دائرہ کا ب ج قطر کھینچو اور جو ب ج خط ک خط کے برابر ہو تو جو مراد تھی سو ہو گئی کیونکہ اب ج دائرہ مین ب ج خط ک خط مفروضہ کے برابر کھنچ گیا اگر ک خط کے ب ج خط برابر نہو تو ب ج خط ک خط سے بڑا ہوگا تو ج گ خط ک خط کے برابر بناؤ اور ج مرکز سے ج گ دوری پر اگ چ دائرہ بناؤ اور ج ا خط کھینچ لو

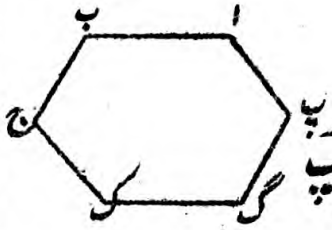
دائرے کا گذرے تو وہ
دائرہ شکل کے باہر ہوگا
مثلاً اب گ ج ک دائرہ
اگ چ پ شکل کے باہر ہے



۷ جب ایک خط کے دونون سرے محیط دائرہ مین ہون
تو وہ خط دائرہ مین
واقع ہوگا مثلاً اب
خط ج ک پ دائرہ
مین ہے



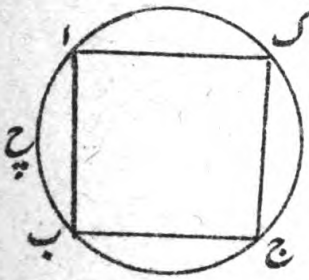
۸ کثیر الاضلاع متساوی الاضلاع اوس شکل کثیر الاضلاع
کو کہتے ہین جسکے سب
زاویے اور ضلع آپس مین
برابر ہون مثلاً اب ج ک گ پ
متساوی کثیر الاضلاع ہے



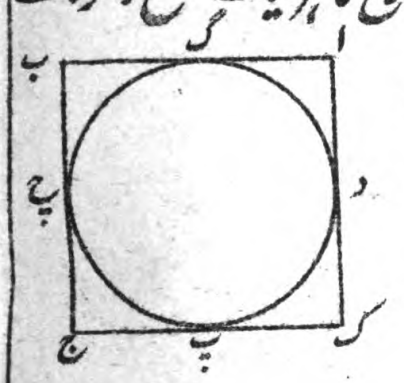
۹ جس شکل کے پانچ ضلع برابر ہوتے ہین اوسے مخمس کہتے
اور چھہ ضلع کی شکل کو مسدس اور سات ضلع کی شکل کو
مسبع اور آٹھہ ضلع کی شکل کو مثمن کہتے ہین۔

مثلاً گ چ پ و شکل ا ب ج ک شکل کے باہر ہے

۳ جب ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کے سب زاویے دائرہ کے محیط پر واقع ہوں تو وہ شکل دائرہ کی اندر ہوگی مثلاً ا ب ج ک شکل مستقیمۃ الاضلاع دائرہ ک ا چ ب ج کے اندر ہے



۴ جب کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع کا ہر ایک ضلع دائرہ کے محیط کو چھوتا ہو تو وہ شکل دائرہ کی باہر ہوگی مثلاً شکل ا ب ج ک دائرہ گ چ پ و کے باہر ہے



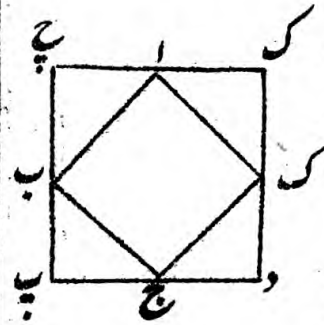
۵ جب کہ دائرہ کا محیط شکل مستقیمۃ الاضلاع کے ہر ایک ضلع کو چھوتا ہو تو وہ دائرہ شکل کے اندر ہوگا مثلاً دائرہ ک چ پ و شکل ا ب ج ک کے اندر ہے

۶ جب کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع کے ہر ایک زاویہ پر ہو کر محیط

مقالہ ۴

حدود

۱ جب ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کا ہر ایک زاویہ دوسری شکل مستقیمۃ الاضلاع کی ہر ایک ضلع پر واقع ہو تو پہلی شکل کو دوسری شکل کے اندر کہیں گے



مثلاً اب ج ک شکل چ پ و ک شکل کے اندر ہے۔

۲ جبکہ ایک شکل مستقیمۃ الاضلاع کا ہر ایک ضلع دوسری شکل مستقیمۃ الاضلاع کے ہر زاویہ پر ہو کر گذری تو پہلی شکل کو دوسری شکل کے باہر کہیں گے

مماس ملتے ہون اوس سے خط قاطع دائرہ کھینچا جاوے تو تمام خط قاطع اور اسکے درمیانی حصے سے جو سطح بنے گی وہ اسکے باقی دو حصون کی سطح کی برابر ہوگی۔

۱۸ دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے جو دو خط مماس دائرہ کھینچے جاوین وے برابر ہونگے۔

ش ۳۰ کا حاصل

۱۲ اگر قطر دائرے کی دونون حدون سی وتر دائرہ عمود کھینچی جاوین تو اونسے وہ برابر قطعہ بنجاوینگے۔

۱۳ اگر قطر دائرہ وتر دائرہ سے متوازی ہو اور وتر کی دونون حد سی قطر کے کسی نقطہ تک خط کھینچی جاوین تو اون دونون خطون کے مربع ملکر قطر کے اون دو حصون کے مربعون کے برابر ہونگے جو حصے نقطۂ مذکور پر قطر کے ہوئی ہون

۱۴ زاویۂ راس یعنی زاویۂ مقابل قاعدہ اور عمود قاعدہ مفروضہ سے مثلث بناؤ

۱۵ زاویۂ راس اور قاعدہ اور مجموعۂ باقی دو ضلعون مفروضہ سے مثلث بناؤ

۱۶ اگر دو اربعۃ الاضلاع دائری کے درمیان واقع ہو اوسکے مقابل کے دو ضلع بڑھانے سے کسی نقطون پر ملین اور اون نقطون کے درمیان خط کھینچا جاوے اور اونہین نقطون سے خط مماس دائری بھی کھینچی جاوین تو انکے مربع ملکر مربع خط مذکور کے برابر ہونگے

۱۷ اگر دو خط مماس دائرے کے نقطون تماس کی درمیان ایک خط کھینچا جاوے اور جس نقطہ پر وے دو خط

شکل ۱-۱۳
م ۱
شکل ۱۲ و ۲۹ اور ۳۶ کا حاصل
اور ۲۶
م ۳
شکل ۳
م ۳
شکل ۱-۱
م ۱
شکل ۱۱
شکل ۳-۳
م ۱
شکل ۲۹
شکل ۲-۱
م ۱
شکل ۴۷

شکل ۳-۳۳
م ۱
شکل ۱
شکل ۳۳ و ۳۱

م ۱
شکل ۹
م ۳
شکل ۳۳
م ۱
شکل ۳۲

علوم متعارفہ
م ۳ شکل ۳
م ۳
شکل ۳۶ اور ۳۲
م ۱
شکل ۳۳
م ۲
شکل ۱

م ۳
شکل ۳۷ کا حاصل
م ۳
شکل ۳۵ و ۳۶

دو حصے دونون محیط کے درمیان ہون وہی برابر ہونگے

۷ اگر دو ایک مرکزی دائرون مین بڑے دائرہ کا وتر چھوٹی دائری کا خط مماس ہو تو اوس خط کی نقطۂ تماس پر دو برابر حصے ہوجاوینگے

۸ اگر ایک دائرے کے نصف قطر پر دوسرا دائرہ کھینچا جاوے جسکا قطر اوس نصف قطر کے برابر ہو اور بڑی دائری کا کوئی وتر نقطہ تماس سے کھینچا جاوے تو اس وتر کے چھوٹے دائرے کے محیط سے دو برابر حصے ہوجاوینگے

۹ اگر ایک دائرہ دوسرے دائرہ کو بھیتر چھووے یا باہر اور نقطۂ تماس سے دو خط کھینچے جاوین جو دائرون کے محیط کو کاٹین تو جو قوس اون خطون سے کٹین گے اون کی وتر متوازی ہون گے

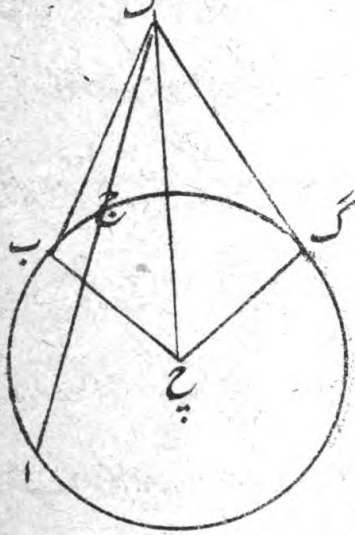
۱۰ اگر دو دائرے ایک دوسرے کو دو نقطون پر کاٹین اور ایک نقطہ سے دائرون کے قطر کھینچے جاوین تو دوسرا نقطہ اور قطرون کی دونون حد ایک خط مین ہونگی

۱۱ اگر دائرے کا ایک وتر دوسری وتر پر عمود ہو تو اون وترونکے چار حصونکے مربع ملکر مربع قطر کے برابر ہونگے

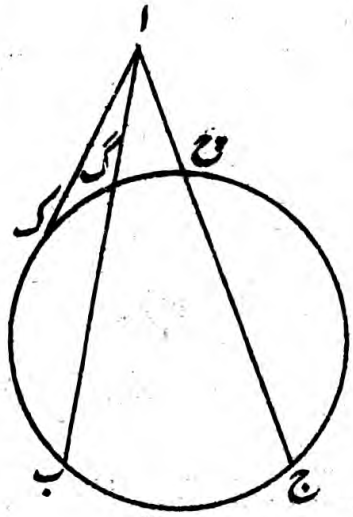
بھی قائمہ ہوگا اور ب ج خط جو بڑھایا جاوی تو وہ قطر دائرہ کا ع-۱
ہوگا لیکن قطر کی ایک حد سے جو عمود کھینچا جاتا ہے وہ خط مماس
دائرہ ہوتا ہے اسلیے خط ک ب دائرہ ا ب ج کو چھوتا ہی فقط ۳-۱۶

سوال ۱	جو خط دائرے کے دو متوازی وتروں کے نصف حصے کریگا وہ اونپر عمود بھی ہوگا
۲	متوازی وتروں کے درمیان کے قوس برابر ہوتی ہین
۳	اگر ذوار بعۃ الاضلاع جو دائرہ کے درمیان واقع ہو اوسکا ایک ضلع بڑھایا جاوی تو باہری زاویہ کے قریب جو زاویہ ہی اوسکے مقابل کا زاویہ باہری زاویہ کی برابر ہوگا
۴	اگر دو دائری ایک دوسری کو دو نقطون پر کاٹین اونکی درمیان ایک خط کھینچا جاوی اور اون دائرونکی مرکز کی درمیان بھی ایک خط کھینچا جاوی تو یہ خط خط مذکور کے نصف حصے کریگا اور اوسپر عمود بھی ہوگا
۵	اگر خط مماس دائرہ وتر دائرہ کے متوازی ہو تو اونکی درمیانی قوس کے نقطہ تماس پر دو برابر حصے ہوجاوینگے
۶	اگر ایک خط دو مرکزی دائرون کو کاٹے تو اوس خط کی جو

کاٹتا ہے اور خط ب ک اوس سے ملتا ہے اور مربع ک ب
کے اک + ک ج سطح برابر ہے تو خط ک ب دائرہ ا ب ج کو
چھووے گا چ مرکز دائرہ کا



۳-۱۸ معلوم کرو اور ک گ خط مماس
۳-۱۷ دائرہ کھینچو اور چ گ و چ ب
اور چ ک خط بنالو چ گ ک
۳-۱۸ زاویہ قائمہ ہے اور ک گ خط
مماس اور ک ج ا خط قاطع دائرہ
ہے اسلیے مربع ک گ کے
۳-۳۶ اک + ک ج سطح برابر ہوگی لیکن مربع ک ب کے بھی
ف اک + ک ج سطح برابر ہے اس سبب سے مربع ک ب کی
علوم متعارفہ مربع ک گ برابر ہوگا اور خط ک ب کے خط ک گ برابر ہوگا
اس باعث سے ک گ چ اور ک ب چ مثلثون مین ک ب
ضلع کے ک گ ضلع برابر ہے اور گ چ ضلع کے ب چ
ضلع برابر ہے اور قاعدہ ک چ دونون مین مشترک ہے
۱-۸ اسلیے ک ب چ زاویہ کے ک گ چ زاویہ برابر ہی لیکن
ک گ چ زاویہ قائمہ ہے اس سبب سے ک ب چ زاویہ



قاطع بطور اب اور اج کے
کھینچے جاوین تو ہر ایک تمام خط
اور اسکا حصہ جو دائرہ کی باہر ہے
اونسی جو سطح بنین گی وے برابر
ہونگی یعنی ج ا + اج سطح
کے ب ا + اگ سطح برابر ہوگی
سبب اسکا یہہ ہے کہ دونون
سطح مربع خط مماس اک کے برابر ہین

۳۷ شکل

اگر دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے دو خط کھینچے
جاوین اونمین سے ایک خط دائر کو کاٹے
اور دوسرا دائرہ سی ملے اور تمام خط قاطع اور
اوسکا حصہ جو دائرہ کے باہر ہے اونسے جو
سطح بنے وہ مربع دوسرے خط کے برابر ہو
تو یہہ خط مماس دائرہ ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے باہر ک نقطہ سے خط ک ج ا
اور خط ک ب کھینچے ہین اونمین سے خط ک ج ا دائرہ کو

اج خط کے چ نقطہ پر دو برابر حصے ہوے ہین اور وہ ک
نقطہ تک بڑھایا گیا ہے اسلیے مربع چ ک کے اک ۔ ک ج
سطح اور چ ج مربع برابر ہونگے ان مین گ چ مربع ملانی
سے مربع چ ک اور مربع گ چ کے اک ۔ ک ج سطح اور
مربع چ ج اور مربع گ چ برابر ہون گے لیکن گ چ ک
زاویہ قائمہ ہے اس سبب سے مربع چ ک اور مربع گ چ
کے مربع گ ک برابر ہوگا اور مربع چ ج اور مربع گ چ
کے مربع گ ج برابر ہوگا اس باعث سے مربع گ ک کے
اک ۔ ک ج سطح اور مربع گ ج برابر ہوگا لیکن گ ج
کے گ ب برابر ہے اسلیے گ ب مربع کے گ ج مربع
برابر ہے پھر کیونکہ گ ب ک زاویہ قائمہ ہے اس سبب سی
مربع ب ک اور مربع گ ب کے مربع گ ک برابر ہوگا
اور مربع ب ک اور مربع گ ب کے اک ۔ ک ج سطح
اور مربع گ ب برابر ہونگے ان مین سے مشترک مربع گ ب
نکالو تو مربع ب ک کے اک ۔ ک ج سطح برابر ہوگی فقط۔

م ش ۲-۶

علوم متعارفہ ۲

م ش ۱-۴

علوم متعارفہ ۱

م ش ۱-۴

علوم متعارفہ ۳

حاصل

اگر دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے دو خط

وہ ک تک بڑھایا گیا ہے اسلیے ک گ مربع کے اک + ک ج سطح اور گ ج مربع برابر ہونگے لیکن گ ب کے گ ج برابر ہے اس سبب سے گ ب مربع کی گ ج مربع برابر ہوگا پھر کیونکہ گ ب ک زاویہ قائمہ ہی اسلیے مربع ب ک اور مربع گ ب کے مربع گ ک برابر ہوگا اس سبب سے مربع ب ک اور مربع گ ب کے اک + گ ج سطح اور مربع گ ب برابر ہین انمین سے مشترک مربع گ ب نکالو تو مربع ب ک کے اک + ک ج سطح برابر ہوگی لیکن جو خط ک ج ا مرکز دائرہ مین ہوکر نہ گذرے تو گ مرکز دائرہ کا معلوم کرو اج خط پر گ چ عمود نکالو اور ک ب و گ ج و گ ک خط نبالو

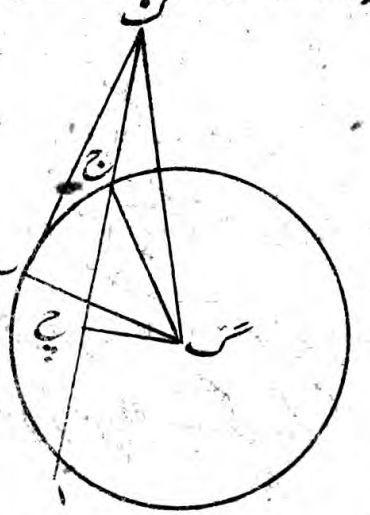
م ش ٢-٦

م ش ١-٤٧

علوم متعارفہ ١

علوم متعارفہ ٣

م ش سلوقس ١ م ش ١-١٢



ثبوت

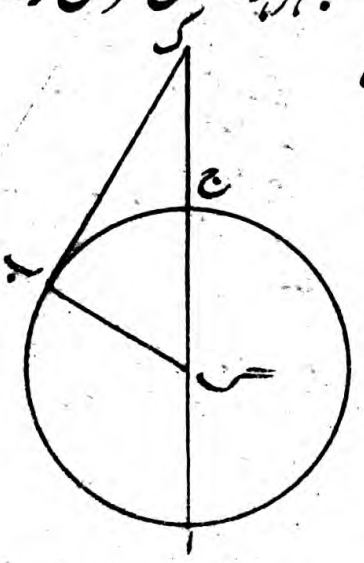
گ چ خط جو مرکز مین ہوکر گذرتا ہے وہ اج خط پر جو مرکز سے باہر ہے عمود ہے اس سبب سے گ چ خط اج خط کے چ نقطہ پر دو برابر حصے کریگا کیونکہ

م ش ٣-٣

۳۶ شکل

اگر ایک دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے ایک خط
مماس اور دوسرا خط قاطع دائرہ کھینچا جاوے
تو تمام خط قاطع اور اوسکا حصہ جو دائرہ کے
باہر ہے اونسے جو سطح بنے گی وہ مربع خط
مماس کے برابر ہوگی

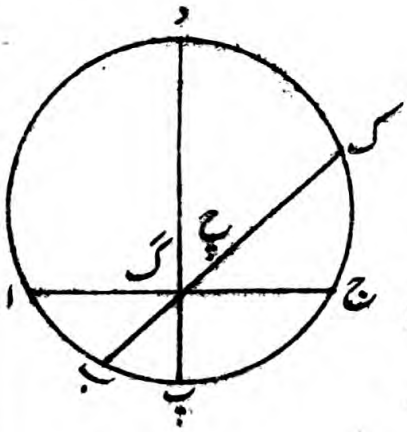
فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے باہر ک نقطہ سے ک ج ا
اور ک ب دو خط ایسے کھینچے ہین کہ اونمین سے خط ک ج ا
دائرہ کو کاٹتا ہے اور ک ب خط اوسے چھوتا ہے تو مربع
ک ب کے اک × ک ج سطح برابر ہوگی ک ج ا خط مرکز
پر ہوکر گذرے گا یا اوس سے باہر ہوگا اول فرض کرو کہ وہ
گ مرکز مین ہوکر گذرتا ہی ک ب
خط کھینچ لو تو گ ب گ زاویہ
قائمہ ہوگا۔



ثبوت

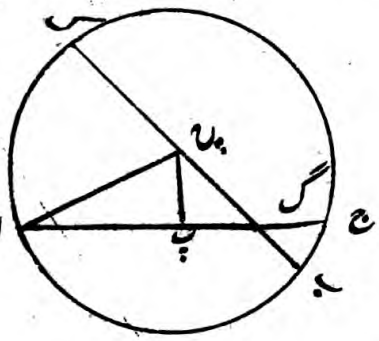
کیونکہ اج خط کے گ نقطہ
پر دو نصف حصے ہوئے ہین اور

اگ + گ ج سطح اور گ پ مربع اور پ ج پ مربع ملکر
برابر ہونگے لیکن گ پ ج مربع کے گ پ مربع اور پ ج پ
مربع برابر ہے اور اج مربع کے اپ مربع اور پ ج پ م ش ۱-۴۷
مربع برابر ہین اس سبب سے اگ + گ ج سطح اور
گ پ ج مربع کے اج مربع یا پ ج ب مربع یا ب گ + علوم متعارفہ ۲
گ ک سطح اور گ پ ج مربع برابر ہونگے ان مین سے مشترک م حدود ۱۵
مربع گ پ ج نکالو تو اگ + ک ج سطح کے ب گ + گ ک م ش ۲-۵
سطح برابر ہوگی اخیر مین فرض کرو کہ اج اور ب ک خطون
مین سے کوئی خط مرکز مین ہوکر نہین گذرتا ہے تو پ ج مرکز
معلوم کرو اور گ نقطہ سے جسپر اج اور ب ک خط آپسمین م ش ۳-۱
کاٹتے ہین پ گ پ ج دو خط کھینچو تو پہلے کیطرح سے
پ گ + گ د سطح کے



اگ + گ ج سطح برابر ہوگی
اور پ گ + گ د سطح کے
ب گ + گ ک سطح بھی برابر ہوگی
اسلیے ب گ + گ ک سطح کے
اگ + گ ج سطح برابر ہوگی فقط علوم متعارفہ ۱

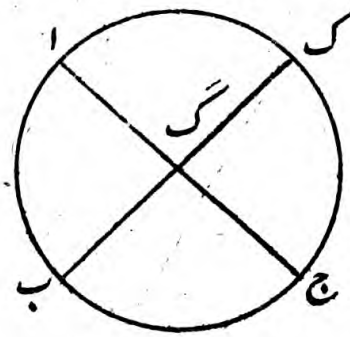
مرکز سے باہر ہے گ نقطہ پر عمود ہے اسلیے گ ج خط کے
اگ خط برابر ہوگا اور ب ک خط کے چ نقطہ پر دو برابر م ش ۳-۳
حصہ ہین اور گ نقطہ پر نا برابر اس باعث سے ب گ +
گ ک سطح اور گ چ مربع کے چ ب مربع برابر ہوگا یعنی م ش ۲-۵
چ ا مربع یا اگ مربع اور گ چ مربع کے برابر ہوگا م ش ۱-۴۷
اونمین مشترک مربع چ گ نکالنے سے اگ مربع کے ب گ + علوم متعارفہ ۳
گ ک سطح برابر ہوگی یعنی اگ + گ ج سطح کے ب گ +
گ ک سطح برابر ہوگی



دوم فرض کرو کہ ب ک خط
جو مرکز پر ہو کر گذرتا ہے وہ
اج خط کو جو مرکز سے باہر ہے
گ نقطہ پر کاٹتا ہے مگر وہ اوس پر عمود نہین ہے اگر ب ک
خط کے چ نقطہ پر دو نصف حصہ کیے جاوین تو چ نقطہ مرکز
دائرہ کا ہوگا اج خط کھینچ لو اور اج خط پر چ پ عمود نکالو
تو پ ج خط کے اپ خط برابر ہوگا اسلیے اپ مربع م ش ۱۲
کے اگ + گ ج سطح اور گ پ مربع ملکر برابر ہونگی انمین م ش ۳-۳
پ چ مربع ملانے سے اپ مربع اور پ چ مربع کے م ش ۲-۵

دوسری خط کے دو حصونکی سطح کی برابر ہوگی

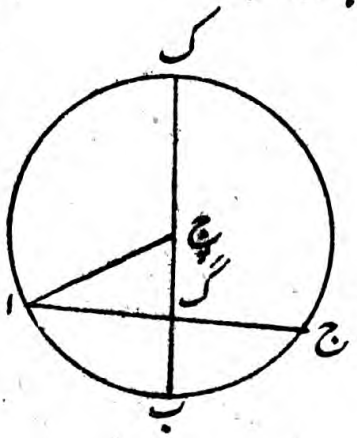
فرض کرو کہ اب ج ک دائرہ کے اندر اج اور ب ک خط گ نقطہ پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہین تو ب گ + گ ک سطح کے اگ + گ ج سطح برابر ہوگی اگر اج اور ب ک خط دونون مرکز مین ہوکر گذرین اور ک مرکز ہو تو اگ گ ج ب گ



اور گ ک نصف قطر آپس مین برابر ہونگے اسلیے ب گ گ ک سطح کے اگ + گ ج سطح برابر ہوگی

م حدود ا الـ ١٥

لیکن جو اونمین سے ایک خط ب ک مرکز مین ہوکر گذرے اور دوسرا خط اج مرکز سے باہر ہو اور اج خط پر ب ک خط گ نقطہ پر عمود ہو تو ب ک خط کو ج نقطہ پر نصف کرنی سے ج مرکز دائرہ کا ہوگا اج خط کھینچ لو



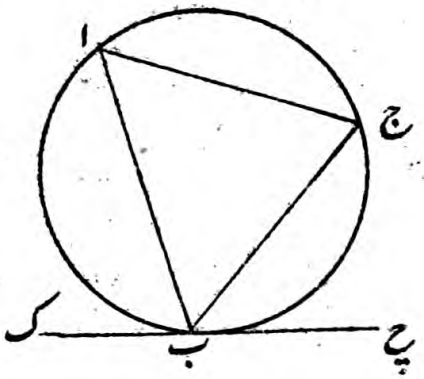
ثبوت

کیونکہ ب ک خط جو مرکز پر ہوکر گذرتا ہے وہ اج خط پر جو

م ش ۳-۱۷ زاویہ ک مفروضہ زاویہ کے برابر ہو گ چ خط کھینچو جو اب ج دائرہ کو ب نقطہ پر چھووے اور ب چ خط کے ب نقطہ پر

م ش ۳-۳۲ چ ب ج زاویہ ک زاویہ کے برابر بناؤ تو ب ا ج قطعہ دائرہ کا زاویہ برابر ہوگا ک زاویہ کے

ثبوت



گ چ خط مماس دائرہ ا ب ج کا ہے اور ب نقطہ تماس سے ب ج خط کھینچا ہے اس لیے

م ش ۳-۳۲ ب ا ج تبادل قطعہ دائرہ کا زاویہ چ ب ج زاویہ کے برابر

ب ہوگا لیکن ک زاویہ کے چ ب ج زاویہ برابر ہے اس سبب سے

علوم متعارفہ ۱ ب ا ج قطعہ دائرہ کا زاویہ ک زاویہ کے برابر ہوگا اسلیے ا ب ج دائرہ سے ب ا ج قطعہ ایسا کٹ گیا ہے جسکا زاویہ ک زاویہ کی برابر ہے فقط

۳۵ شکل

اگر دائرہ کے درمیان دو خط آپسمین کاٹین تو ایک خط کے دو حصون سے جو سطح ہیگی وہ

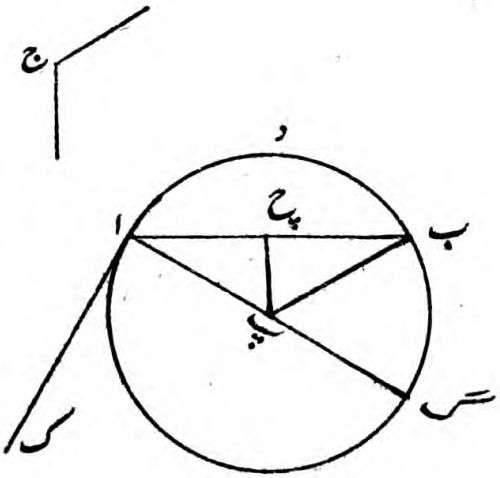
اور ب ج پ زاویہ قائمہ کے اج پ زاویہ قائمہ برابر ہے م حدود ا ۔ ۱۱
اس لیے ب پ قاعدہ کے اپ قاعدہ برابر ہوگا اس م ش ا ۔ ۴
سبب سے جو دائرہ پ مرکز سے پ ا دوری پر کھینچے گا وہ
ب نقطہ پر ہوکر گذرے گا اور فرض کرو کہ وہ دائرہ ا د ب
ہے تو زاویہ قطعہ اب و کا ج زاویہ کے برابر ہوگا
کیونکہ اگ قطر کے احد سے اک عمود کھینچا ہے اس لیے
اک خط مماس ہے اور نقطہ تماس سے اب خط قاطع دائرہ م ش ۳ ۔ ۱۶ حاصل
کھینچا ہے اسلیے ا و ب تبادل قطعہ دائرہ کا زاویہ ک اب
زاویہ کے برابر ہوگا لیکن ج زاویہ کے ک اب زاویہ برابر م ش ۳ ۳۲
ہے اس باعث سے ا د ب تبادل قطعہ دائرہ کا زاویہ ج
زاویہ کے برابر ہوگا اس سبب سے اب خط مفروضہ پر ب علوم متعارفہ ۱
ا د ب قطعہ دائرہ ایسا بنگیا ہے کہ جسکا زاویہ ج زاویہ
مفروضہ کے برابر ہے فقط۔

۳۴ شکل

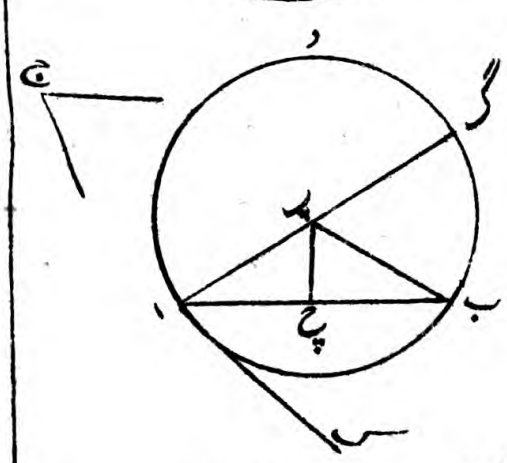
دائرہ مفروضہ سے ایک ایسا قطعہ
کاٹو جسکا زاویہ مفروضہ زاویہ کی برابر ہو

فرض کرو کہ اب ج دائرہ سے ایک ایسا قطعہ کاٹنا ہی جسکا

اب خط کو چ نقطہ پر نصف کرو اور چ مرکز سے چ ب دوری پر اب و نصف دائرہ بناؤ تو زاویہ اب و نصف دائرہ کا ج زاویہ قائمہ کے برابر ہوگا ۳۱-۳ ش



لیکن جو ج زاویہ قائمہ نہ ہو تو اب خط کے آ نقطہ پر ب اک زاویہ ج زاویہ کے برابر بنالو ۲۳ ش اور آ نقطہ سے خط اک پر اگ عمود کھینچو اور اب خط کو چ نقطہ پر نصف کرو اور چ نقطہ سے



۱۱ ش

۱۰ ش

خط اب پر چ پ عمود نکالو اور پ ب خط بنالو

ثبوت

اچ پ اور ب چ پ مثلثون مین چ ب ضلع کے اچ ضلع برابر ہے خط چ پ دونون مین مشترک ہے

مشترک زاویہ اب ک نکالنے سے باقی ب اک زاویہ باقی ک ب ج
زاویہ کے برابر ہوگا اور ب اک زاویہ تبادل قطعہ دائرہ مین
واقع ہی پھر کیونکہ ا ب ج ک شکل ذو اربعۃ الاضلاع دائرہ کی اندر ہی
اس سبب سی اوسکے ب اک اور ب ج ک دو مقابل زاویے
دو زاویون قائمہ کے برابر ہین لیکن ک ب ج اور ک ب گ
زاویے بھی دو زاویون قائمہ کے برابر ہین اسلیے ک ب ج اور
ک ب گ دو زاویون کے ب اک اور ب ج ک زاویی برابر
ہین اور ک ب ج زاویہ مذکور کے ب اک زاویہ برابر ہے
اس سبب سے ب ج ک زاویہ کے ک ب گ زاویہ برابر
ہے اور ب ج ک زاویہ تبادل قطعہ دائرہ مین واقع ہی فقط

علوم متعارفہ ۳

م ش ۲۲ ۳

م ش ۱۳

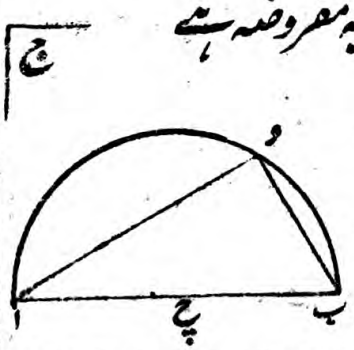
علوم متعارفہ ۱

علوم متعارفہ ۲

۳۳ شکل

ایک خط مفروضہ پر قطعہ دائرہ بناؤ جس کا
زاویہ ایک زاویہ مفروضہ کے برابر ہو

فرض کرو کہ ا ب خط اور ج زاویہ مفروضہ ہے
ا ب خط پر ایک ایسا قطعہ دائرہ
بناؤ جسکا زاویہ ج زاویہ کی برابر ہو

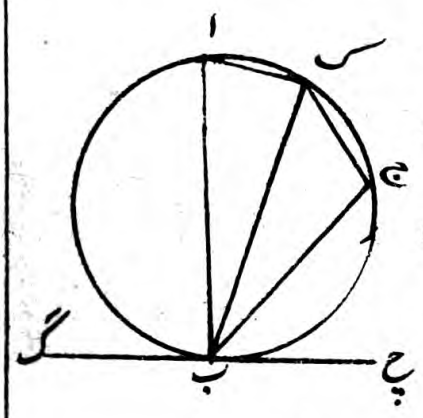


اول فرض کرو کہ ج زاویہ قائمہ ہی تو

چھوتا ہے اور نقطہ ب سے خط ب ک کھنچا ہے جو دائرے
کے دو حصے کرتا ہے تو گ چ خط کے ساتھ ب ک خط جو
زاویے بناویگا وے زاویون تبادل قطعہ دائرے کی برابر ہونگے
یعنی زاویہ ک ا ب قطعہ کا ک ب چ زاویے کے برابر ہوگا
اور زاویہ ک ج ب قطعہ کا ک ب گ زاویہ کے برابر ہوگا
ب نقطہ سے خط گ چ پر ب ا عمود کھینچو ک ب قوس م ش ۱-۱۱
مین کوئی نقطہ ج لیکر ا ک اور ک ج اور ج ب خط کھینچو

ثبوت

ا ب ج ک دائرے کو گ چ خط ب نقطہ پر چھوتا ہے اور
اوسپر ب نقطہ تماس سے ب ا عمود کھنچا ہے اسلیے مرکز
دائرہ کا ب ا خط مین ہوگا اس سبب سی نصف دائرے کا م ش ۳-۱۹
ا ک ب زاویہ قائمہ ہوگا اسلیے م ش ۳-۳۱



ب ا ک اور ا ب ک دو زاویے
ملکر ایک زاویہ قائمہ کی برابر ہین م ش ۳۲۱
لیکن ا ب چ زاویہ بھی قائمہ ب
ہے اس سبب سے ب ا ک
اور ا ب ک زاویون کے ا ب چ زاویہ برابر ہوگا انمین سی معلوم شعلہ ۱

زاویہ قطعہ دائرے کا جو نصف دائرے سے چھوٹا ہے زاویہ
قائمہ سے بڑا ہوگا یہہ بھی ظاہر ہے کہ اب ج بڑے قطعہ
دائرے کا قوس ج اب زاویہ قائمہ سے باہر ہی لیکن چھوٹے
قطعہ دائرہ اک ج کا قوس ج اح زاویہ قائمہ کی اندر ہی فقط

حاصل

اس سے یہہ ظاہر ہے کہ اگر ایک مثلث کا
ایک زاویہ دو باقی زاویون کی برابر ہو تو وہ
زاویہ قائمہ ہوگا کیونکہ اوسکے متصل کا زاویہ
بھی اونہین دو زاویون کے برابر ہوگا جب
قریب کے زاویے برابر ہوتی ہین تو ہر ایک
زاویہ قائمہ ہوگا

م ش ۱-۳۲

م حدود ۱-۱۰

۲ ۳ شکل

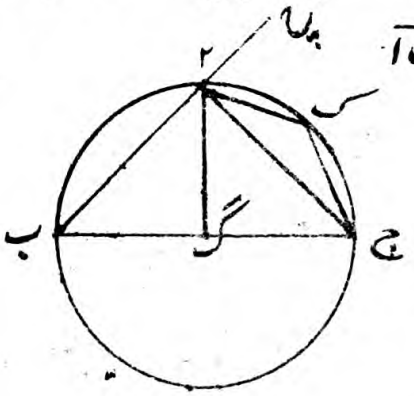
اگر ایک خط دائرے کو چھوٹا ہو اور نقطہ تماس
سے خط قاطع دائرہ کھینچا جاوی تو جو زاویے
خط قاطع اور خط مماس کے ساتھہ بنین گے وی
زاویون قطعہ متبادل کے برابر ہون گے
فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کو خط گ ب ح نقطہ ب پر

م ش ۱-۵ ک ب ا زاویہ کے گ اب زاویہ برابر ہے کیونکہ ک ج
کے بھی گ ا برابر ہے اس سبب سی ک ج ا زاویہ
کے گ ا ج زاویہ برابر ہے اسیلیے ا ب ج اور ا ج ب
علوم متعارفہ ۲ زاویون کے ب ا ج زاویہ برابر ہے لیکن ا ب ج اور
م ش ۱-۳۲ ا ج ب زاویون کے ج ا ج باہری زاویہ برابر ہے
علوم متعارفہ ۱ اس سبب سے ج ا ج زاویہ کے ب ا ج زاویہ برابر ہے
م صدر ۱-۱۰ اسیلیے اونمین سے ہر ایک زاویہ قائمہ ہے اس باعث
سی ب ا ج نصف دائرے کا زاویہ قائمہ ہے کیونکہ ا ب ج
مثلث کے ا ب ج اور ب ا ج زاویے ملکر دو زاویون
م ش ۱-۱۷ قایمے سے چھوٹے ہین اور ب ا ج زاویہ قائمہ ہی اسیلیے
ا ب ج زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہے اس سبب سی ا ب ج
قطعہ دائرہ جو نصف دائرہ سے بڑا ہے اوسکا زاویہ قائمہ
سے چھوٹا ہوگا کیونکہ ا ب ج ک شکل ذو اربعۃ الاضلاع دائرے
کے اندر کھنچی ہے اس سبب سے ا ب ج اور ا ک ج
م ش ۳-۲۴ اوسکے مقابل کے زاویے دو زاویون قایمے کے برابر ہونگے
لیکن ا ب ج زاویہ مذکور زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہی اسیلیے
دوسرا زاویہ ا ک ج زاویہ قائمہ سے بڑا ہے اس سبب سے

۳۱ شکل

دائری مین نصف دائری کا زاویہ فی القطعہ قائمہ
ہوتا ہی لیکن جو قطعہ دائرہ نصف دائرہ سی بڑا
ہوتا ہی اوس کا زاویہ فی القطعہ قائمہ سی چھوٹا
ہوتا ہی اور جو قطعہ دائرہ نصف دائرہ سی چھوٹا
ہوتا ہی اوسکا زاویہ فی القطعہ قائمہ سی بڑا ہوتا ہی

فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کا گ مرکز اور ب ج قطر ہی
ج ا خط کھینچو جس سی دائرے کے اب ج اور ا ک ج
قطعہ علیحدہ ہوجاوین ب ا ا ک اور ک ج خط بنالو ب ا ج
نصف دائرے کا زاویہ قائمہ ہوگا اب ج قطعہ دائرہ جو نصف
دائرہ سے بڑا ہی اوسکا زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہوگا اور ا ک ج
قطعہ دائرہ جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہی اوسکا زاویہ قائمہ سی
بڑا ہوگا ا گ خط کھینچکر ب ا
خط کو ح تک بڑھالو



ثبوت

کیونکہ خط گ ب کے خط
گ ا برابر ہے اس لیے

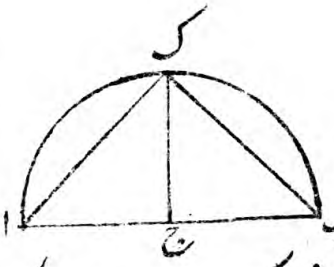
م صدود
۱۵۰۱

۳۰ شکل

قوس مفروضہ کو دو برابر حصے کرو

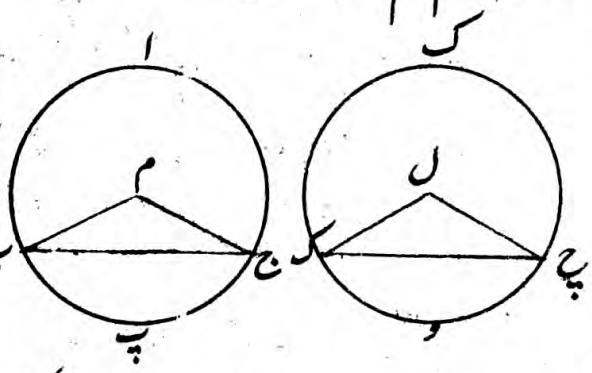
فرض کرو کہ اک ب قوس کے دو برابر حصے کرنے ہین اب
م ش ۱۰ ۱ خط کھینچ کر اوسے ج نقطہ پر نصف کرو ج نقطہ سے اب
م ش ۱۱ ۱ پر ج ک عمود کھینچو تو اک ب قوس کے ک نقطہ پر دو برابر
حصے ہوجائینگے اک اور ک ب خط کھینچ لو

ثبوت



ب ج ک اور ا ج ک مثلثون
مین ج ب ضلع کے ا ج ضلع
برابر ہے ج ک ضلع دونون مین مشترک ہے اور ب ج ک
زاویہ قائمہ کے ا ج ک زاویہ قائمہ برابر ہے اسلیے ب ک
م ش ۱ ۴ قاعدی کے اک قاعدہ برابر ہے لیکن برابر وترون سے برابر
م ش ۳ ۲۸ قوس علیحدہ ہوجاتے ہین بڑا قوس بڑے کی برابر ہوتا ہے
اور چھوٹا قوس چھوٹے کے اور کیونکہ ک ج خط مرکز مین ہوکر
م ش ۳ ۱ کا حاصل گذریگا اس سبب سی ہر ایک اک اور ب ک قطعہ دائرہ
نصف دائری سے چھوٹا ہے اسلیے ک ب قوس
کے اک قوس برابر ہے فقط

فرض کرو کہ گ گ چ دائرے کے اب ج دائرہ برابر ہے
اور گ و چ قوس کے ب پ ج قوس بھی برابر ہے تو
گ چ وتر کے ب ج وتر برابر ہوگا دائرون کی م اور ل
مرکز ڈھونڈھ لو اور ب م م ج و گ ل م ش ۳-۱
اور ل چ خط
کھینچ لو

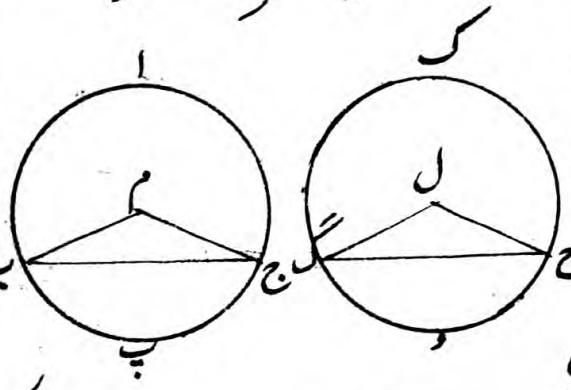


ثبوت

گ و چ قوس
کے ب پ ج قوس برابر ہے اسلیے گ ل چ زاویہ کے
ب م ج زاویہ برابر ہے کیونکہ ک گ چ دائرے کے م ش ۳-۲۷
اب ج دائرہ برابر ہے اسلیے ایک دائرے کے نصف قطر
دوسرے دائرے کے نصف قطر کے برابر ہونگے اس باعث سے م حدود ۳-۱۱
گ ل چ اور ب م ج مثلثون مین گ ل ضلع کے ب م ضلع
برابر ہے اور چ ل ضلع کے م ج ضلع اور گ ل چ زاویہ کے
ب م ج زاویہ برابر ہے اسلیے گ چ قاعدے کے ب ج
قاعدہ برابر ہوگا فقط م ش ۱-۴

ثبوت

ک گ چ دائرے کے ا ب ج دائرہ برابر ہی اس لیے
ایک دائرے کے نصف قطر دوسرے دائرے کے نصف قطر
کے برابر ہونگے م حدود ۳-۱۱



اس سبب سے
ب م ج اور
گ ل چ مثلثون
مین گ ل ضلع کے ب م ضلع برابر ہے اور چ ل ضلع کے
ج م ضلع اور گ چ قاعدی کے ب ج قاعدہ بھی برابر ہی ف
اسلیے گ ل چ زاویہ کے ب م ج زاویہ برابر ہوگا لیکن م ش ۱-۸
برابر زاویہ مرکزی برابر قوسون پر واقع ہوتے ہین اسلیے
گ د چ قوس کے ب پ چ قوس برابر ہے اور گ ک چ م ش ۳ ۲۶
کل محیط کے ا ب ج کل محیط برابر ہے اس سبب سی گ ک چ ف
باقی قوس کے ب ا ج باقی قوس برابر ہوگا فقط۔ علوم متعارفہ ۳

۲۹ شکل

برابر دائرون مین برابر قوسون کی
مقابل برابر وتر ہوتی ہین

اس سبب سے گ د چ زاویہ سے ب پ ج زاویہ نا برابر
نہین ہے یعنی گ د چ زاویہ کے ب پ ج زاویہ برابر ہے
نصف زاویہ ب پ ج کے آ پر کا زاویہ برابر ہے نصف
زاویہ گ د چ کے ک پر کا زاویہ برابر ہے اسلیے ک اور
آ پر کے زاویے برابر ہین فقط

م ش ۳ ۲

علوم متعارفہ ۷

۲۸ شکل

برابر دائرون مین برابر وتر برابر قوسون کو
علیحدہ کرتے ہین بڑا قوس بڑے قوس کے
برابر ہوتا ہے اور چھوٹا قوس چھوٹے کے

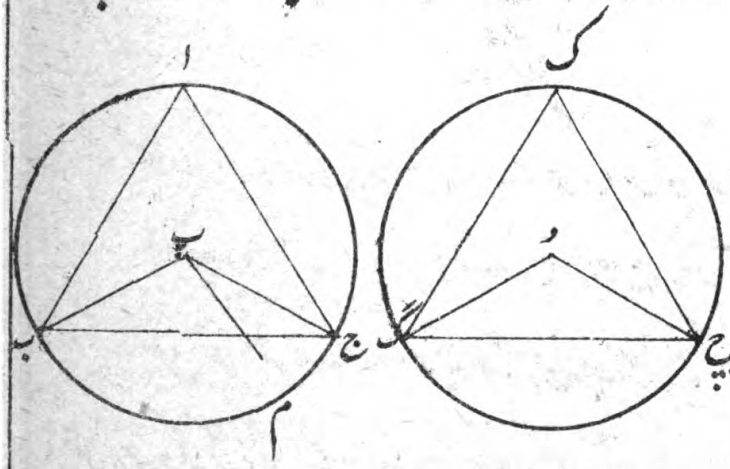
فرض کرو کہ ک گ چ دائرے کے ا ب ج دائرہ برابر ہے
اور ان دائرون مین گ چ وتر کے ب ج وتر برابر ہی ان
وترون سے ب ا ج اور گ ک چ دو بڑے قوس جدے
ہوتی ہین اور ب پ ج اور گ د چ دو چھوٹے قوس
تو گ ک چ قوس کے ب ا ج قوس برابر ہوگا اور گ د چ
قوس کے ب پ ج قوس برابر ہوگا دائرون کے م اور
ل مرکز معلوم کرو اور ب م م ج گ ل اور ل چ
خط کھینچ لو

م ش ۱۰ ۱

گ د چ کے زاویہ ب پ ج برابر ہوگا اور گ ک چ
زاویہ کے ب ا ج زاویہ بھی برابر ہوگا اگر گ و چ زاویہ کی
ب پ ج زاویہ برابر ہو تو گ ک چ زاویہ کی ب ا ج زاویہ بھی برابر م ش ۳-۲۰
ہوگا لیکن جو گ و چ زاویہ کے ب پ ج زاویہ برابر نہو تو اور علوم متعارفہ ۷
ایک دوسرے سے بڑا ہوگا فرض کرو کہ گ و چ زاویہ سے
ب پ ج زاویہ بڑا ہے تو ب پ خط کے پ نقطہ پر ب پ م
زاویہ گ و چ زاویہ کے برابر بناؤ م ش ۱-۲۳

ثبوت

گ د چ زاویہ کے ب پ م زاویہ برابر ہے اور برابر زاویہ
مرکزی برابر قوسوں پر واقع ہوتے ہیں اسلیے گ چ قوس م ش ۳-۲۶
کے



ب م
قوس
برابر ہے
لیکن
ب ج قوس کے گ چ قوس برابر ہے اس باعث سے ب ج ف
قوس کے ب م قوس برابر ہے یعنی بڑے کے چھوٹا برابر ہے علوم متعارفہ ۱

ف زاویہ کے برابر ہے اس سبب سے گ چ قاعدے کی ب ج
م ش ۱ ۴ قاعدہ برابر ہوگا اور کیونکہ د پر کا زاویہ پ پر کے زاویہ کی برابر
ہے اسلیے گ ک چ قطعہ دائرے کے ب ا ج قطعہ دائرہ
م صدود ۳ ۸ متشابہ ہے اور یے قطعے ب ج اور گ چ برابر خطون پر
واقع ہین لیکن متشابہ قطعہ دائرے جو برابر خطون پر واقع
م ش ۳ ۲۴ ہوتے ہین وے آپس مین برابر ہوتے ہین اسلیے گ ک چ
قطعہ دائرے کے ب ا ج قطعہ دائرہ برابر ہے لیکن ک گ چ
کل دائرے کے ا ب ج کل دائرہ برابر ہے اس باعث سے گ ل چ
باقی قطعہ دائرے کی ب م ج باقی قطعہ دائرہ برابر ہے اور
گ ل چ قوس کے ب م ج قوس برابر ہے فقط

۲۷ شکل

برابر دائرون مین زاویے جو برابر قوسون پر
واقع ہوتے ہین وے آپس مین برابر ہوتے
ہین خواہ وے زاویۂ مرکزی ہون یا زاویۂ محیطی

فرض کرو کہ ک گ چ دائرے کے ا ب ج دائرہ برابر ہے اور
ب پ ج اور گ د چ زاویے مرکزی اور ب ا ج اور گ ک چ
زاویے محیطی ب ج اور گ چ برابر قوسون پر واقع ہین تو زاویہ

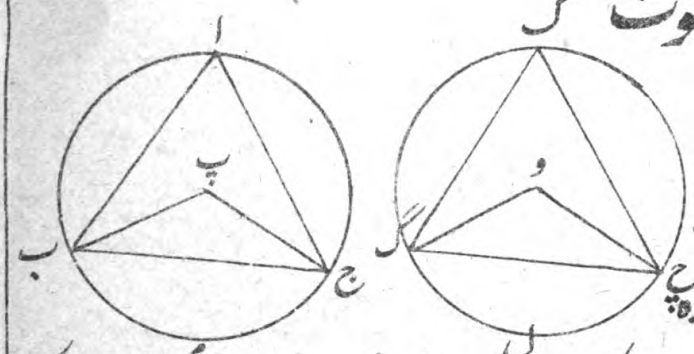
اور مفروضہ قطعہ کا دائرہ بنگیا فقط

۲۶ شکل

متساوی دائرون مین متساوی زاویے برابر
قوسون پر واقع ہونگے خواہ وہ زاوئی مرکز پر ہون یا محیط پر

فرض کرو کہ ک گ چ دائرے کے ا ب ج دائرہ برابر ہے اور ک و چ زاویہ مرکز ب پ ج زاویہ مرکز کے برابر ہے اور گ ل چ زاویہ محیط بھی ب ا ج زاویہ محیط کے برابر ہے تو گ ل چ قوس کے ب م ج قوس برابر ہوگا ب ج اور گ چ خط کھینچ لو

ثبوت



ک گ چ دائرے کی ا ب ج دائرہ برابر ہے اسلیے ایک دائرے کے نصف قطر دوسری دائرے کے نصف قطر کے برابر ہونگے اس سبب سے ب پ ج اور گ و چ مثلثون مین و گ ضلع کے پ ب ضلع برابر ہوگا اور و چ ضلع کے پ ج ضلع برابر ہوگا اور و پر کا زاویہ پ پر کے

م حدود ۳ ۱۱

اب خط کے ا نقطہ پر ب اگ زاویہ اب گ زاویہ کے
برابر بناؤ اگر ضرورت ہو تو ب ک کو گ تک بڑھا کر گ ج م ش ۱ ۲۳
خط کھینچ لو کیونکہ ب اگ زاویہ کے اب گ زاویہ برابر
ہے اسیلیے خط اگ کے خط ب گ برابر ہے پھر اگ گ
اور ج ک گ مثلثون مین ضلع ک ج کے ضلع اگ برابر
ہے ک گ دونون مین مشترک ہے اور ج ک گ زاویہ قائمہ
کے اگ گ زاویہ قائمہ برابر ہے اسیلیے گ ج قاعدہ کے
اگ قاعدہ برابر ہے لیکن ب گ مذکور کے اگ برابر ہے م ش ۱ ۴
اس سبب سے گ ا اور گ ب اور گ ج خط ا ب سمین برابر م ش ۲ ۹
ہین اس سبب سے دائرے کا گ مرکز ہے گ مرکز سی گ ا
یا گ ب یا گ ج دوری پر دائرہ بناؤ وہ ا اور ب اور ج
نقطون مین ہو کر گذری گا اور وہی قطعہ کا دائرہ مطلوب ہوگا
اور ظاہر ہے کہ جو ب اگ زاویہ سے اب ک زاویہ بڑا ہو تو شکل ۲
اب ج قطعہ دائرے کی باہر گ مرکز ہوگا اسیلیے اب ج قطعہ نصف
دائرے سے چھوٹا ہے لیکن جو ب اگ زاویہ سے اب ک
زاویہ چھوٹا ہو تو اب ج قطعہ دائرے کے اندر گ مرکز ہوگا شکل ۳
اس باعث سے اب ج قطعہ نصف دائری سے بڑا ہے

۲۵ شکل

ایک مفروضہ قطعہ دائرہ سے اوسکا دائرہ بناو

فرض کرو کہ اب ج قطعہ دائرہ سے اوسکا دائرہ بنانا ہو

م ش ۱۰ ا ک اج خط کو ک نقطہ پر نصف کرو اور ک نقطہ سے اج خط پر

م ش ۱۱ ا ب ک ب عمود کھینچو اور اب خط بنا لو

ثبوت

شکل ۱۱ اول فرض کرو کہ ب اک زاویہ کے اب ک زاویہ برابر ہی

م ش ۶ ا ب تو ک ا خط کے ب ک خط برابر ہوگا لیکن ک ج کے

ک ا برابر

اسلیے ک ج

ک ا اور ک ب

م ش ۹ ا ب خط آپس مین برابر ہین اور اس باعث سے نقطہ ک مرکز

دائرہ کا ہے ک مرکز سے اک یا ک ب یا ک ج دوری پر

دائرہ بناؤ تو اوسکا محیط نقطہ ا و ب اور ج مین ہو کر گذریگا

اور وہی قطعہ کا دائرہ مطلوب ہوگا اور کیونکہ مرکز دائرہ

خط اج مین ہے اس سبب سے قطعہ ا ب ج نصف دائرہ

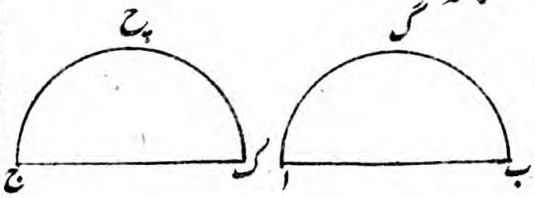
شکل ۲ و ۳ ہے لیکن جو ب اک زاویہ کے اب ک زاویہ برابر نہو تو

شکل ۲۴

تشابہ قطعہ دائرے جو برابر خطون پر واقع ہوتی ہین وے آپس مین برابر ہوتے ہین

فرض کرو کہ اگ ب اور ج چ ک تشابہ قطعہ دائرہ اب اور ج ک برابر خطون پر واقع ہین تو ج چ ک قطعہ دائرہ کے اگ ب قطعہ دائرہ برابر ہوگا

ثبوت

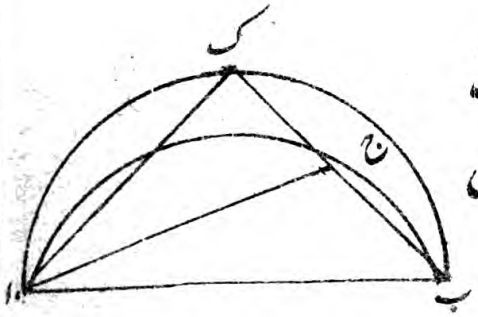


فرض کرو کہ ج چ ک قطعہ دائرہ پر اگ ب قطعہ دائرہ اسطور پر رکھا جاے کہ نقطہ ج پر نقطہ ا واقع ہو اور خط ج ک پر خط اب چونکہ ج ک کے اب برابر ہے اسلیے ک نقطہ سے ب نقطہ ملجائیگا اس سبب سے کہ خط ج ک سے خط اب ملجاتا ہی تو ج چ ک قطعہ دائرہ کے ساتھہ اگ ب قطعہ دائرہ بھی ملجائیگا اور اس باعث سے ج چ ک قطعہ کی اگ ب قطعہ برابر ہوگا فقط۔

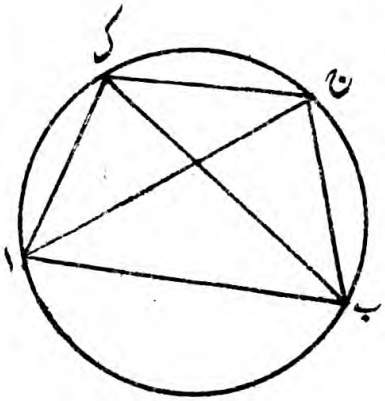
مقالہ شکلی ۳ ۲۴

متشابہ اب خط کے ایک ہی جہت پر واقع ہین اور آپس
مین ملکر ایک نہین ہوجاتے ہین۔

ثبوت



اک ب دائرہ کو اج ب
دائرہ ا اور ب نقطون
پر کاٹتا ہے اس باعث
سے وے دائرے اون
دو نقطون کے سواے کسی اور نقطہ پر نہ ملین گے (مقالہ ۳ شکل ۱۰)
اس سبب سے ایک قطعہ دائرے کے اندر دوسرا قطعہ دائرہ
ضرور ہوگا اور فرض کرو کہ اک ب قطعہ دائرہ کے اندر اج ب
قطعہ دائرہ ہے ک ج ب خط کھینچ کر ج ا اور ک ا خط بنالو
ف اک ب اور اج ب قطعہ دائرہ متشابہ ہین اور متشابہ قطعہ
دائرونکے زاویے برابر ہوتے ہین (مقالہ ۳ حد ۸) اسلیے اک ب زاویے
کے اج ب زاویہ برابر ہے یعنی زاویہ خارجہ اپنے داخلہ متقابلہ
زاویہ کے برابر ہے یہہ ناممکن ہے (مقالہ ۱ شکل ۱۶) اس باعث سے ایک خط
کی ایک جہت پر دو متشابہ قطعہ دائرے واقع نہین
ہوسکتے جو نہ ملین فقط۔



سے کل زاویے اک ج
کے زاویے ج اب اور
اج ب ملکر برابر ہون گے
ان مین اب ج زاویہ جوڑنی
سے مجموعہ زاویون اک ج
اور اب ج کے ج اب اور اج ب اور اب ج زاویے
ملکر برابر ہونگے لیکن ج اب اور اب ج اور اج ب تین
زاویے ہین مثلث ج اب کے اسیلیے ج اب
اور اب ج اور اج ب زاویے ملکر دو زاویون قائمہ
کے برابر ہونگے اس باعث سے اک ج اور اب ج
زاویے بھی دو زاویون قائمے کے برابر ہونگے اسی طرح
سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ب اک اور ک ج ب
زاویے دو زاویون قائمے کے برابر ہونگے فقط

علوم متعارفہ ۲

علوم متعارفہ ۲

مقالہ شکل ۳۲ ۱

علوم متعارفہ ۱

۲۳ شکل

ایک خط مستقیم کی ایک ہی جہت پر دو قطعہ دائرے
متشابہ واقع نہین ہوسکتے جو نہ ملین ✣

اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ اج ب اور اک ب قطعہ دائرے

نصف دائرہ سے بڑا ہے اسیلیے پہلی طرحسے ب گ ج زاویہ
کے ب ا ج زاویہ برابر ہے اور اسی طرحسے ج ب گ ک
قطعہ دائرہ نصف دائرہ سے بڑا ہے اسیلیے ج گ ک زاویہ
کے ج ا ک زاویہ برابر ہے اس باعث سے کل زاویہ ب گ ک
کے کل زاویہ ب ا ک برابر ہے فقط۔ علوم متعارفہ ۲

۲۲ شکل

اگر ایک دائرے کے اندر کوئی ذو اربعۃ الاضلاع
بنایا جاے تو اوسکے مقابل کے ہر دو
زاویے دو زاویون قائمے کے برابر ہونگے

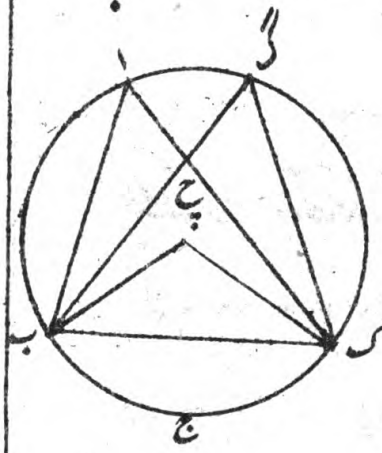
فرض کرو کہ ا ب ج ک شکل ذو اربعۃ الاضلاع ا ب ج ک
دائرے کے اندر کھنچی ہے تو اوسکے مقابل کی کوئی دو زاویے
دو زاویون قائمے کے برابر ہونگے ا ج اور ب ک خط کھینچ لو

ثبوت

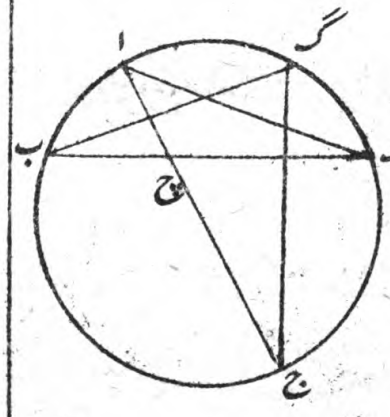
ایک قطعہ دائرہ کے سب زاویے آپس مین برابر ہوتے مقالہ شکل ۳ ۲۱
ہین اسیلیے ج ک ا ب قطعہ دائرہ کے ج ک ب اور ج ا ب
زاویے برابر ہونگے اور ا ک ج ب قطعہ دائرے کے
ا ک ب اور ا ج ب زاویے بھی برابر ہونگے اس سبب سے

مین ب ا ک اور ب گ ک زاویے ہین تو ب گ ک
زاویہ کے ب ا ک زاویہ برابر ہوگا اول فرض کرو کہ
ب ا گ ک قطعہ نصف دائرے سے بڑا ہے اب ج ک
دائرے کا چ مرکز معلوم کر چ ب اور چ ک خط کھینچ لو۔ مقالہ ۳ شکل ۱

ثبوت



ب چ ک زاویہ مرکز اور ب ا ک
زاویہ محیط ایک ہی قوس ب ج ک
پر واقع ہین اس سبب سے
ب ا ک دوچند زاویہ کے ب چ ک
زاویہ برابر ہے بسبب دلیل مذکور کے دوچند ب گ ک زاویہ مقالہ ۳ شکل ۲۰
کے ب چ ک زاویہ برابر ہے



اور اس سبب سے ب گ ک زاویہ
کے ب ا ک زاویہ برابر ہے علوم متعارفہ ۷
دوسرے فرض کرو کہ ب ا گ ک
قطعہ دائرہ نصف دائرہ سے
چھوٹا ہے اسی ا چ خط مرکز چ تک کھینچ کر اوسے ج نقطہ
تک بڑھاؤ اور ج گ خط بنا لو تو ب ا ک ج قطعہ دائرہ

زاویے ملکر برابر ہونگے لیکن ب گ چ زاویہ گے گ اب
اور گ ب ا زاویے برابر ہین اس سبب سے دوچند
گ اب زاویہ کے ب گ چ زاویہ برابر ہوگا بہ سبب
دلیل مذکور کے دوچند گ اج زاویہ کے چ گ ج زاویہ
برابر ہوگا اور اس باعث سے ب اج تمام زاویہ سے
ب گ ج تمام زاویہ دوچند ہے پھر فرض کرو کہ مرکز دائرے کا
ب اج زاویہ سے باہر
ہے تو پہلی طرح سے یہ بھی ثابت
ہوسکتا ہے کہ چ اج زاویہ
سے چ گ ج زاویہ دوچند
ہے اور چ اب زاویہ سے
چ گ ب زاویہ دوچند ہے اسلیے ب اج باقی زاویہ سے
ب گ ج باقی زاویہ دوچند ہوگا فقط۔

مقالہ شکل ۳۲ ا

۲۱ شکل

قطعۂ دائرے کے سب زاویے
آپس مین برابر ہوتے ہین ❊

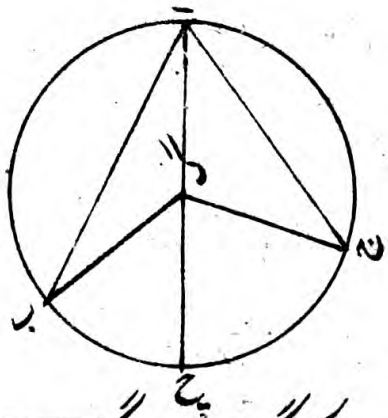
فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کے ب اگ ک ایک قطعہ

چھوٹا برابر ہے یہہ ناممکن ہے اسیلیے اب ج دائرے کا چ
مرکز نہین ہے اسیطرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ اور کوئی
نقطہ جو ج ا خط مین نہین ہے وہی مرکز نہین ہے یعنی ج ا
خط مرکز مین ہوگا فقط

۲۰ شکل

اگر زاویہ مرکز اور زاویہ محیط ایک ہی قاعدہ یعنے
قوس پر واقع ہون تو زاویہ مرکز زاویہ محیط سے دوچند ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرے مین ب گ ج زاویہ مرکز اور ب ا ج
زاویہ محیط ایک ہی قوس ب ج پر واقع ہین تو ب ا ج زاویہ
محیطی سے ب گ ج مرکزی زاویہ دوچند ہوگا اگ خط کھینچ کر اوسے
چ تک بڑھاؤ اور اول فرض کرو کہ مرکز دائرہ کا ب ا ج
زاویہ کے اندر ہے



مقالہ ۵ شکل ۱

ثبوت

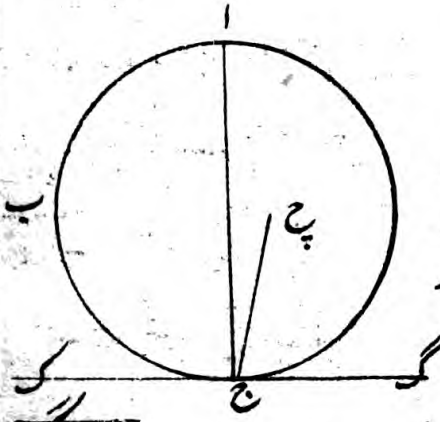
گ ب کے گ ا برابر ہے
اس سبب سے گ ب ا
زاویہ کے گ ا ب زاویہ برابر
ہے اسیلیے دوچند گ ا ب زاویہ کے گ ا ب اور گ ب ا

خط پر چ پ عمود نہین ہے اسیطرح سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ ک گ خط پر سوائے خط چ ج کی اور کوئی خط عمود نہین ہے یعنی ک گ پر چ ج عمود ہے فقط

۱۹ شکل

اگر نقطۂ تماس سے خط مماس دائرے پر عمود کھینچا جاوے تو مرکز دائرے کا اوس عمود مین ہوگا

فرض کرو کہ ا ب ج دائرے کو ک گ خط ج نقطہ پر چھوتا ہی اور ج نقطہ سے ک گ خط پر ج ا عمود کھنچا ہے تو مرکز دائرہ کا ج ا خط مین ہوگا اگر نہو تو فرض کرو چ مرکز ہی اور ج چ خط کھینچ لو



ثبوت

ا ب ج دائرے کو ک گ خط چھوتا ہے اور چ ج خط مرکز سے نقطۂ تماس تک کھنچا ہی

مقالہ ۳ شکل ۱۹

اسلیے ک گ پر ج چ عمود ہے اور اس سبب سی چ ج گ زاویہ قائمہ ہے لیکن ا ج گ زاویہ بھی قائمہ ہے اس باعث سے ا ج گ زاویہ کے چ ج گ زاویہ برابر ہے یعنی بڑی کے

ف

علوم متعارفہ

دائرے کے محیط مین بطور نقطہ ک کے ہو تو ک گ خط کھینچکر
اوسپر ک چ عمود کھینچ لو وہی خط مماس دائرہ ہوگا فقط

مقالہ ۳ شکل ۱۶ ماس

۱۸ شکل

اگر نقطہ تماس پر مرکز سے خط کھینچا جاوے
تو وہ خط مماس دائرہ پر عمود ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرے کو ک گ خط ج نقطہ پر چھوتا ہے
اور چ مرکز سے چ ج خط کھینچا ہے تو ک گ پر چ ج عمود
ہوگا اگر نہ ہو تو چ نقطہ سے خط ک گ پر چ پ عمود کھینچو

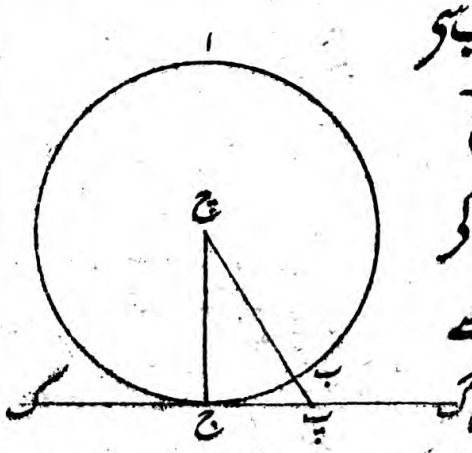
مقالہ ۳ شکل ۱

ثبوت

اس فرض کرنے مین چ ب ج زاویہ قائمہ ہے اس لیے
ب ج چ زاویہ حادہ ہے اور بڑے زاویے کے مقابل کا
ضلع بڑا ہوتا ہے اس سبب سے

مقالہ ۱ شکل ۱۹

مقالہ ۱ شکل ۱۹



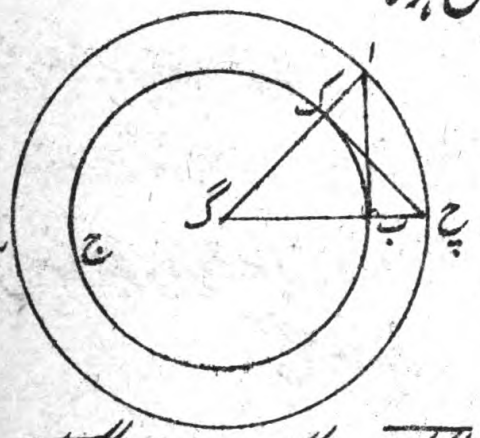
چ پ سے چ ج
بڑا ہے لیکن چ ب کے
چ ج برابر ہے اسلیے
چ پ سے چ ب

مقالہ ۱ صدر ۱۵

بڑا ہے یعنی بڑے سے چھوٹا بڑا ہے یہہ ناممکن ہے اسلیے کہ گ

سے گ ا دوری پر اچ پ دائرہ بناؤ نقطہ ک سی خط گ ا
پر گ چ عمود کھینچو اور ک ب چ اور اب خط بنالو ب ج ک
دائرے کا اب خط مماس ہوگا

مقالہ شکل ۱۱



ثبوت

ب ج ک اور اچ پ
دائرون کا گ مرکز ہے
اسلیے گ چ کے گ ا
برابر ہے اور گ ب کے گ ک اور اگ ب اور چ گ ک

مقالہ صدو ۱۵

مثلثون مین گ چ ضلع کے اگ ضلع برابر ہے اور گ ک کی
ک ب اور اگ ب زاویہ دونون مثلثون مین مشترک ہی اسلیے
اب قاعدے کے ک چ قاعدہ برابر ہے اور اگ ب مثلث

مقالہ شکل ۴

کے چ گ ک مثلث برابر ہے اور باقی زاویونکے باقی زاویے
برابر ہین اس سبب سے گ ک چ زاویہ کے گ ب ا زاویہ
برابر ہوگا لیکن گ ک چ زاویہ قائمہ ہے اسلیے گ ب ا زاویہ
بھی قائمہ ہے اور گ ب مرکز سے کھنچا ہے لیکن قطر کی حد سی جو عمود

علوم متعارفہ ۴

کھنچا جاتا ہے وہ دائرے کا خط مماس ہوتا ہے اسلیے اب خط

مقالہ شکل ۱۶ حاصل ۳

دائرے کو چھوتا ہے اور ا نقطہ مفروضہ سی کھنچا ہی اگر نقطہ مفروضہ

مقالہ ۱ شکل ۱۷ اپ ک زاویہ قائمہ ہے اور زاویہ قائمہ سے ک اپ زاویہ
مقالہ ۱ شکل ۱۹ چھوٹا ہے اس سبب سے ک پ سے ک ا بڑا ہے لیکن
مقالہ ۱ حد ۱۵ ک د کے ک ا برابر ہے اسلیے ک پ سے ک د بڑا ہے
یعنی بڑے سے چھوٹا بڑا ہے یہہ ناممکن ہے اس سبب سے
ا نقطہ سے اگ خط اور محیط کے درمیان کوئی خط ایسا نہیں
کھنچ سکتا جو دائرے کو نہ کاٹے فقط

حاصل

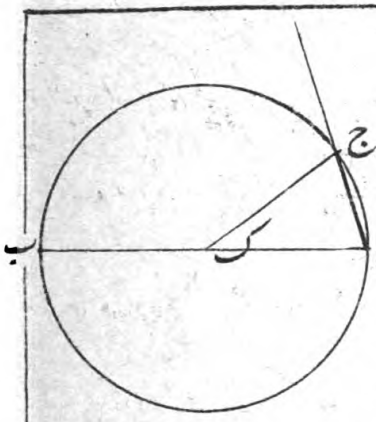
اس سے یہہ ظاہر ہے کہ قطر دائرے کی ایک حد
سے جو خط عمود کھیچتا ہے وہ دائرے کو ایک نقطہ
پر چھو یگا کیونکہ جو وہ دائرے سے دو نقطون پر
ملیگا تو وہ دائرے کے اندر ہوگا اور یہہ بھی ظاہر
ہے کہ ایک ہی نقطہ پر صرف ایک خط مماس ہو سکتا ہے

۱۷ شکل

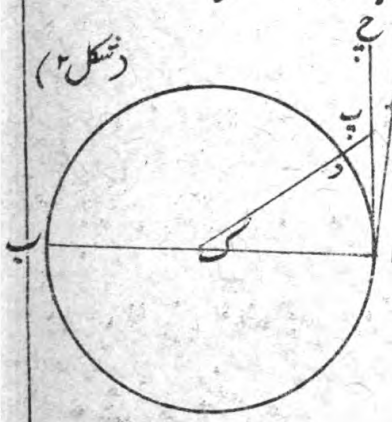
ایک دائرے کے نقطہ مفروضہ سے ایک خط مماس
کھینچو خواہ وہ نقطہ محیط مین ہو یا اوسکے باہر ÷

فرض کرو کہ ب ج ک دائرے کی ا باہری نقطہ خط مماس
مقالہ ۳ شکل کھینچتا ہے دائرے کا گ مرکز معلوم کرو اگ خط کھینچ لو گ مرکز

ثبوت



مقالہ حدود ۱۵ ک ج کے ک ا برابر ہے اسلیے
ک ج ا زاویہ کے ک اج زاویہ
مقالہ شکل ۱ ۵ برابر ہوگا لیکن ک اج زاویہ
قائمہ ہے اسلیے ک ج ا
زاویہ بھی قائمہ ہوگا اس سبب سے ک اج اور اج ک
مقالہ شکل ۱ ۳۲ زاویے دو قائموں کے برابر ہونگے لیکن یہہ ناممکن ہی اسلیے
ا نقطہ سے اب قطر پر جو عمود کھینچیگا وہ دائرے کے اندر
نہ گرے گا اور اسی طرحسے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ وہ
محیط پر بھی نہوگا اسلیے وہ اگ خط کی طرح (شکل ۲) دائری
کے باہر گرے گا اگ خط اور محیط کے درمیان ا نقطہ سے
ایسا دوسرا خط نہین کھینچ سکتا ہے جو دائری کو نہ کاٹے اور اگر



ممکن ہی تو فرض کرو کہ اچ خط اونکی
درمیان ہی ک نقطہ سے اچ
مقالہ شکل ۱ ۱۲ خط پر ک پ عمود کھینچو اور
جس نقطہ پر وہ محیط کو کاٹے
اوسپر د نقطہ معلوم کرو کیونکہ

بہ نسبت ب ج مرکز سے قریب ہوگا یعنی گ م سے گ د
چھوٹا ہوگا کیونکہ چ پ سے ب ج بڑا ہے اسلیے چ م سے
ب د بڑا ہے اور چ م مربع سے ب د مربع بڑا ہے
لیکن چ م مربع اور گ م مربع کے ب د مربع اور گ د
مربع برابر ہین اس سبب سے گ م مربع سے گ د
مربع چھوٹا ہے اور گ م خط سے گ د خط چھوٹا ہے
اسلیے چ پ کے بہ نسبت ب ج مرکز سے قریب ہی فقط

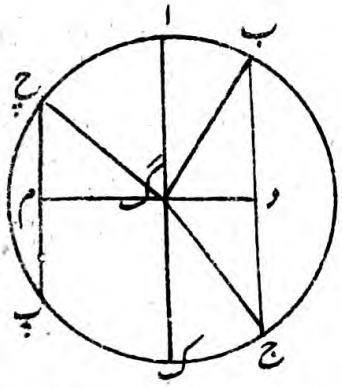
مقالہ ۳ شکل ۱۶

۱۶ شکل

قطر دائرے کی ایک حد سے جو عمود کھینچیگا وہ
دائرے کے باہر رہے گا اور اوسی حد سے
اور کوئی خط درمیان عمود اور محیط کے نہین
کھینچ سکتا جو دائرے کو نہ کاٹے +

فرض کرو کہ اب ج دائرے کا ک مرکز اور اب قطر ہی اب
قطر کی ا حد سے جو عمود کھینچا جائیگا وہ دائرے کے باہر رہیگا
اگر باہر نہ رہے گا تو فرض کرو کہ اج کی طرف سے دائرے کے
اندر ہوگا ج نقطہ جسپر وہ محیط سے ملتا ہے وہان سے
ک ج خط کھینچ لو

ثبوت



مقالہ ۱ صدو ۱۵ گ ب کے اگ برابر ہے اور گ ج کے گ ک اس لیے مجموعہ گ ب اور گ ج کے علوم متعارفہ ۲۱ اگ برابر ہے لیکن ب ج سی مقالہ ۱ شکل ۲۰ گ ب اور گ ج ملکر بڑے ہین اس سبب سی ب ج سے اگ بڑا ہے پھر کیونکہ چ پ کے بہ نسبت ب ج مرکز سے قریب ہے اسلیے گ م سے گ د چھوٹا ہے اور ف گ م مربع سے گ د مربع چھوٹا ہے لیکن جس طرح مقالہ ۱ شکل ۱۵ ۳ چودھوین شکل مین ثابت ہوچکا ہے اوسی طرح سے یہ ثابت ہوسکتا ہے کہ دو چند ب د کے ب ج برابر ہے اور دو چند چ م کے چ پ برابر ہے اور گ م مربع اور چ م مربع کے گ د مربع اور ب د مربع برابر ہین لیکن گ م مربع مذکور سے گ د مربع چھوٹا ہے اسلیے چ م مربع سے ب د مربع بڑا ہے اور چ م خط سے ب د خط بڑا ہے اس سبب سی چ پ سے ب ج بڑا ہے دوسرے فرض کرو کہ چ پ سے ب ج بڑا ہی تو چ پ کی

گ چ مربع کے گ پ مربع برابر ہوگا اور باقی ا چ
مربع کے باقی ج پ مربع برابر ہوگا اس سبب سے ا چ
کے ج پ برابر ہوگا لیکن اب دوچند ا چ کے برابر ہے
اور ج ک دوچند ج پ کے برابر ہے اس سبب سے اب
کے ج ک برابر ہے فقط۔

علوم متعارفہ ۳

۱۵ شکل

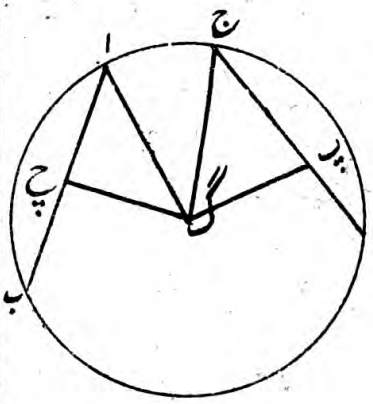
دائرے مین قطر سب سے بڑا وتر ہوتا ہے
اور جو وتر مرکز سے قریب ہے وہ دور کے
وتر سے بڑا ہوتا ہے اور بڑا وتر چھوٹے
وتر کی بہ نسبت مرکز سے قریب ہوتا ہے

فرض کرو کہ اب ج ک دائرے کا گ مرکز ہے اور ا ک
قطر ہے اور چ پ وتر کی بہ نسبت ب ج وتر مرکز سے
قریب ہے تو ب ج وتر سے جو قطر نہین ہے ا ک بڑا ہوگا
اور چ پ سے ب ج بڑا ہوگا گ مرکز سے ب ج اور
چ پ پر گ د گ م عمود کھینچو اور گ ب گ ج گ چ
خط کھینچ لو۔

مقالہ ۱ شکل ۱۲

ہوگا لیکن اچ گ اور گ پ ج زاویے قایمے ہین اسلیے
اگ مربع برابر ہوگا مجموعہ مربعون اچ اور چ گ کے اور مقالہ شکل ۴۷
گ پ مربع اور پ ج مربع کے گ ج مربع برابر ہوگا
اسلیے گ پ مربع اور پ ج مربع کے اچ مربع اور
چ گ مربع برابر ہونگے لیکن ج پ مربع مذکور کی اچ علوم متعارفہ ۱
مربع برابر ہے اسلیے باقی گ پ مربع کے باقی گ چ
مربع برابر ہوگا اور خط گ پ کے خط گ چ برابر ہوگا لیکن علوم متعارفہ ۳۱
جب دائرے کے وترون پر مرکز سی برابر عمود گرتے ہین تو
اون وترون کو مرکز سے برابر دوری پر کہین گی اسلیے اب
اور ج ک مرکز سے برابر دوری پر ہین دوم فرض کرو کہ اب مقالہ حدود ۳ ۱۵
اور ج ک مرکز سے برابر دوری پر ہین یعنی گ پ کے
گ چ برابر ہے تو ج ک کے اب برابر ہوگا اسکے ثابت
کرنے مین بھی اوپر کے موافق شکل بنانی پڑیگی اور پہلی طرح
سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ دوچند اچ کے اب برابر
ہے اور دوچند ج پ کے ج ک برابر ہے اور گ پ
مربع اور ج پ مربع کے گ چ مربع اور اچ مربع
برابر ہونگے لیکن گ چ کے گ پ برابر ہے اس لیے ف

ہوتے ہین اور جو وتر مرکز سے برابر دوری
پر ہوتے ہین متساوی بھی ہوتے ہین



فرض کرو کہ اب ک ج دائرے
مین ک ج وتر کے اب وتر
برابر ہے تو یے وتر مرکز سے ک
برابر دوری پر ہونگے اب ک ج
دائرہ کا گ مرکز معلوم کرو اور
اوس سے گ پ اور گ چ کو ک ج اور اب پر عمود کھینچو
اور گ ا اور گ ج خط بنالو

مقالہ ۳ شکل ۱

مقالہ ۱ شکل ۱۲

ثبوت

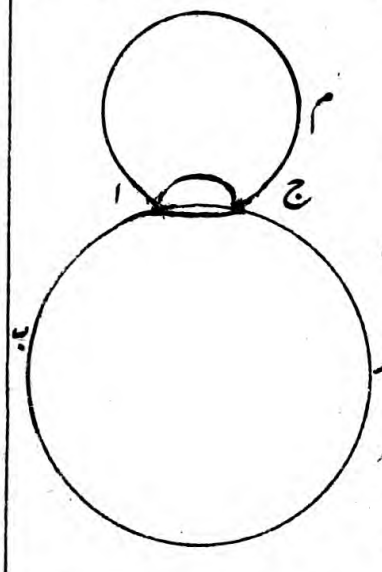
اب خط پر گ چ عمود ہے اس سبب سے اب کو گ چ
خط دو نصف حصے کریگا اسیلیے ب چ کے اچ برابر ہوگا
اور دوچند اچ کے اب برابر ہوگا اور بسبب دلیل مذکور
کے دوچند ج پ کے ج ک برابر ہوگا لیکن ج ک کے
اب برابر ہے اسیلیے ج پ کے اچ برابر ہوگا اور ج پ
مربع کے اچ مربع برابر ہوگا اور کیونکہ گ ج کے اگ
برابر ہے اس سبب سے گ ج مربع کے اگ مربع برابر

مقالہ ۳ شکل ۳

ف علوم متعارفہ ۱

مقالہ ۱ حدود ۱۵

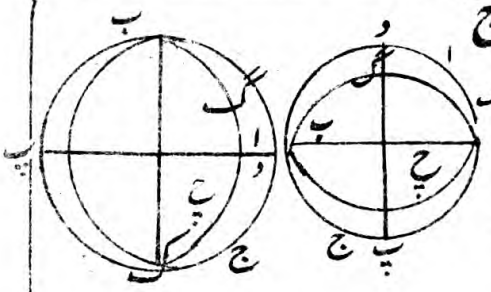
بھیتر نہین چھو سکتا ہے اور نہ ایک دائرہ دوسری دائری کو
ایک سے زیادہ نقطون پر باہر
چھو سکتا ہے اگر ممکن ہے تو فرض
کرو کہ اج م دائرہ اب ج دائرہ
کو ا اور ج نقطون پر چھوتا ہی
اج خط کھینچ لو کیونکہ نقطہ
ا اور ج دونو اج م



دائرہ کے محیط کے اندر ہین اس سبب سے اج خط اج م
دائرہ کے بھیتر ہے لیکن اج م دائرہ اج ب دائرہ سی مقالہ ۳ شکل ۲
باہر ہے اسیلیے اج خط بھی اب ج دائرہ کے باہر ہوگا اور ف
پھر کیونکہ ا اور ج نقطے اب ج دائرہ کے محیط کے اندر ہین
اسیلیے اج خط اب ج دائرہ کے بھیتر ہوگا یعنی اج خط مقالہ ۳ شکل ۲
ایک دائرہ اب ج کے بھیتر ہوگا اور باہر بھی ہوگا یہ ناممکن
ہے اس سبب سی ایک دائرہ دوسرے دائرے کو ایک سے
زیادہ نقطون پر باہر نہین چھو سکتا ہے

۱۴ شکل

دائرہ کے متساوی وتر مرکز سی برابر دوری پر



گ ب پ چ دائرہ ا ب ج
دائرہ کو ایک سی زیادہ
نقطون پر چھوتا ہے اور
اول فرض کرو کہ وہ اوسی
بھیتر ب اور ک نقطون پر چھوتا ہے ب ک خط کھینچ لو اور
پ د خط کھینچو جو ب ک پر عمود ہو اور اوسکے دو برابر
حصہ کرے

مقالہ ۱ شکل ۱۰ و ۱۱

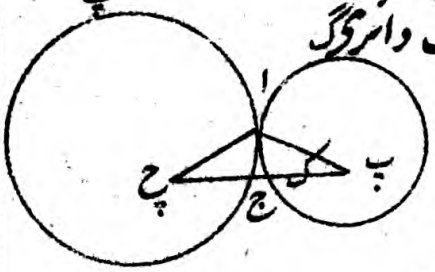
ثبوت

نقطہ ب اور ک دونون دائرون کے محیط مین ہین اسلیے
خط ب ک دونون دائرون کے اندر ہوگا اس سبب سے
دونون دائرون کے مرکز پ د خط مین ہونگے جو ب ک
خط کے نصف حصہ کرتا ہے اور اوس پر عمود بھی ہے اور
اس باعث سے پ د خط نقطۂ تماس پر گذری گا لیکن دونون
نقطے ب اور ک خط پ د سے باہر ہین اسلیے پ د
خط نقطۂ تماس پر ہو کر نہین گذرا یعنے پ د خط نقطہ تماس
پر ہو کر گذرے گا اور نہین بھی گذرے گا یہ ناممکن ہی اسلیے
ایک دائرہ دوسرے دائرہ کو ایک سے زیادہ نقطون پر

مقالہ ۳ شکل ۲
حاصل مقالہ ۳ شکل ۱
مقالہ ۳ شکل ۱۱

ثبوت

کیونکہ اب ج دائرے کا چ مرکز ہے اسیلیے چ ج کے
چ ا برابر ہے اور اک گ دائرے گ



کا ب مرکز ہے اس لیے
پ گ کے پ ا برابر ہے
اسیلیے چ ج اور پ گ ملکر
چ ا اور پ ا کے برابر ہونگے اور اسیلیے تمام خط چ پ سے — علوم متعارفہ ۱
چ ا اور پ ا ملکر چھوٹے ہونگے لیکن اوسی چ پ سے
چ ا اور پ ا ملکر بڑے ہین یعنی چ پ خط سے چ ا اور — مقالہ شکل ۲۰
پ ا خط ملکر چھوٹے ہین اور بڑے بھی ہین یہہ ناممکن
ہے اسیلیے جو خط چ اور پ نقطون کے درمیان کھینچا
جائیگا وہ بالضرور ا نقطہ تماس مین ہوکر گذریگا فقط

۱۳ شکل

ایک دائرہ دوسرے دائرہ کو ایک سے
زیادہ نقطون پر نہین چھو سکتا ہے
خواہ وہ اوسے بھیتر چھووے یا باہر

اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ ——

مقالہ حدود ۱۵

برابر ہے اسلیے چ د سے چ پ اور پ ا ملکر بڑے ہین
ان مین سے مشترک حصہ چ پ نکالو تو باقی پ د سے
پ ا بڑا ہوگا لیکن پ ک کے اپ برابر ہے اسلیے

علوم متعارفہ ۵

ب د سے پ ک بڑا ہے یعنی بڑے سے چھوٹا بڑا ہے
یہہ ناممکن ہے اسلیے جو خط چ اور پ مرکز کے درمیان
کھینچے گا وہ بڑھانے سے ا نقطہ پر ہو کر گذرے گا فقط

۱۲ شکل

ایک دائرہ دوسرے دائرے کو باہر ہو کر
چھوتا ہو تو اونکے مرکز کے درمیان جو خط
کھینچے گا وہ نقطۂ تماس مین ہو کر گذرے گا

فرض کرو کہ اب ج اور اک گ دائرے ایک دوسرے کو
ا نقطہ پر باہر چھوتے ہین اور اب ج دائرے کا چ
مرکز ہے اور اک گ دائرے کا پ مرکز جو خط چ اور پ
مرکزون کے درمیان کھینچے گا وہ ا نقطۂ تماس پر ہو کر گذریگا
اگر نہ گذرے تو فرض کرو کہ وہ خط چ ج ک پ خط
کی طرح ہے ا نقطہ سے باہر رہے گا اچ اور
اپ خط کھینچ لو

دائرون کا جو آپس مین ایک دوسری کو کاٹتے ہین ہوگا لیکن
یہہ ناممکن ہے فقط

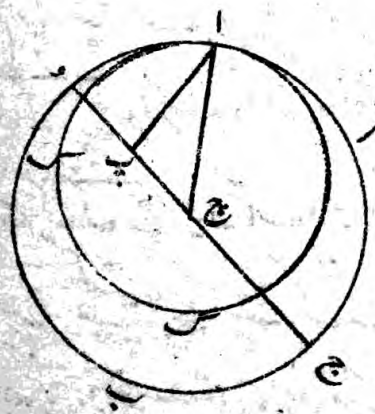
مقالہ شکل

۱۱ شکل

اگر ایک دائرہ دوسرے دائرے کو اندر ہوکر
چھوتا ہو تو جو خط اونکے مرکزمین ہوکر کھینچیگا
وہ بڑھانے سے نقطۂ تماس مین ہوکر گذریگا

فرض کرو کہ اک گ اندرونی دائرہ اب ج باہری دائرے
کو ا نقطہ پر چھوتا ہے اور اب ج دائرے کا چ مرکز ہے
اور اک گ دائرے کا پ جو خط پ اور چ مرکزون
کے درمیان کھینچے گا وہ بڑھانے سے ا نقطہ مین ہوکر
گذرے گا اگر نگذرے تو فرض کرو کہ وہ خط چ پ ک و
کی طرح ا نقطہ سے باہر رہیگا اپ اور اچ خط کھینچ لو

ثبوت



مثلث کے دو ضلع تیسرے ضلع سے
بڑے ہوتے ہین اسلیے چ ا سے
چ پ اور اپ ملکر بڑے
ہونگے لیکن چ و کے چ ا

مقالہ شکل

سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ سوائے نقطہ ک کے اور کوئی نقطہ مرکز نہین ہے اسلیے نقطہ ک ہی مرکز ہے یہی ثابت کرنا تھا

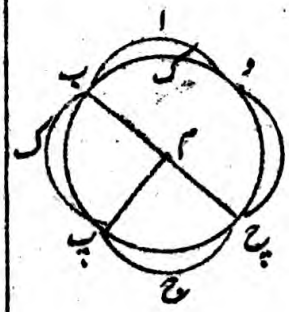
۱۰ شکل

ایک دائرے کا محیط دوسرے دائرے کے محیط کو دو سے زیادہ نقطون پر نہین کاٹ سکتا

اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ ج اب محیط ک گ چ محیط کو دو سے زیادہ نقطون پر یعنی ب، پ، چ، و نقطون پر کاٹتا ہے

اب ج دائرے کا م مرکز معلوم کرو اور م ب اور م پ اور م چ خط کھینچ لو — م ش ۱

ثبوت



کیونکہ اب ج دائرے کا م مرکز ہے اسلیے م ب اور م چ اور م پ یہ سب برابر ہین اور کیونکہ ک گ چ دائرے کے اندر م نقطہ ہے ک گ چ محیط تک دو سے زیادہ برابر خط م ب م پ م چ کھینچے ہین اسلیے ک گ چ دائرہ کا م مرکز ہے لیکن اب ج دائرے کا بھی م مرکز ہے اسلیے ایک ہی نقطہ مرکز دو — مقالہ ۳ شکل ۹

ب

ہوگا لیکن یہہ ثابت ہوچکا ہے کہ یہہ ناممکن ہے

۹ شکل

اگر دائرے کے اندر ایک نقطہ لیا جاوے اور اوس سے محیط تک کئی برابر خط دو سے زیادہ کھینچے جاوین تو وہ نقطہ مرکز دائرہ ہوگا

فرض کرو کہ اب ج دائرے کے اندر ک نقطہ سے محیط تک دو سے زیادہ برابر خط کھینچے ہین یعنی ک ا اور ک ب اور ک ج تو ک نقطہ دائرے کا مرکز ہوگا اگر نہو تو فرض کرو کہ گ مرکز ہے ک گ خط کھینچ کر اوسے محیط کے چ اور پ نقطون تک بڑھاؤ تو چ پ دائرے کا قطر ہوگا۔ مقالہ ۱ صدو ۱۵

ثبوت

اب ج دائرہ کی چ پ قطر ہین ک نقطہ لیا گیا ہے جو مرکز نہین ہے اسلیے جو خط محیط تک اوس نقطہ سے کھینچے ہین اونمین ک پ سب سے بڑا ہوگا اور ک ب سے ک ج بڑا ہوگا اور ک ا سے ک ب لیکن یہ خط ایک دوسرے کے برابر بھی ہین یہ ناممکن ہے اسلیے اب ج دائرے کا گ مرکز نہین ہے اور اسیطرح مقالہ شکل ۳ ف

مقالہ ۱ شکل ۲۱

ن م اور ک م چھوٹے ہونگے لیکن ن ل کے ن م برابر ہے
اسیلیے باقی ک ل سے باقی ک م چھوٹا ہوگا اسی طرحسے یہہ بھی
ثابت ہوسکتا ہے کہ ک و سے ک ل چھوٹا ہے اسیلیے ک ب
خط سب سے چھوٹا ہے اور ک ل سے ک م چھوٹا ہے اور ک و
سے ک ل

مقالہ ۱ حدود ۱۵ علوم متعارفہ

اور سب سے چھوٹے خط کے دونون طرف ک نقطہ سے محیط
تک صرف دو برابر خط کھینچ سکتے ہین ن ک خط کے ن نقطہ
پر ک ن پ زاویہ ک ن م زاویے کی برابر بناؤ ک پ خط
کھینچ لو کیونکہ م ن ک اور پ ن ک مثلثون مین ن پ اور

مقالہ ۱ شکل ۲۳

ن م ضلع برابر ہین ن ک دونون مین مشترک ہے اور
م ن ک زاویہ کے پ ن ک زاویہ برابر ہے اسیلیے ک م
قاعدے کے ک پ قاعدہ برابر ہے لیکن سوائے اس خط
ک پ کے اور کوئی خط ک نقطہ سے محیط تک نہین کھینچ سکتا

مقالہ ۱ شکل ۲۴

ہے جو ک م کے برابر ہو اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ ک س خط
ہے کیونکہ ک س کے ک م برابر ہے اور ک پ کی بھی ک م
برابر ہے اسیلیے ک س کے ک پ برابر ہوگا یعنی وہ خط جو
سب سے چھوٹے خط سے دور ہے پاس کے خط کے برابر

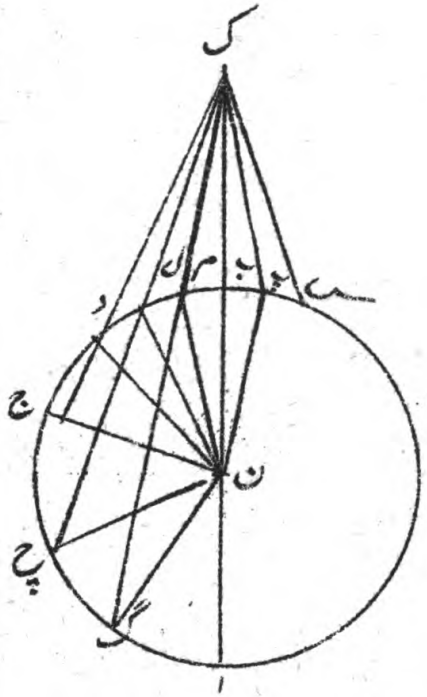
ن ج ن م ن ل ن و خط کھینچ لو

ثبوت

ان کے ن گ برابر ہے ان مین ن ک جوڑنی سے ن گ
اور ن ک ملکر اک کے برابر ہونگے لیکن ک گ سے ن گ
اور ن ک ملکر بڑے ہین اسلیے ک گ سے بھی ک ا بڑا ہی
پھر کیونکہ گ ن ک اور ج ن ک مثلثون مین ن گ اور
ن ج ضلع برابر ہین ن ک دونون مین مشترک ہے لیکن
ج ن ک زاویہ سے گ ن ک زاویہ بڑا ہے اس سبب سے
ک ج قاعدہ سے ک گ قاعدہ بڑا ہے اسی طرحسے یہ بھی
ثابت ہوسکتا ہے کہ ک ج سے ک ج بڑا ہے اور اس سبب
سے ک ا خط سب سے بڑا ہے اور ک ج سے ک گ بڑا ہی
اور ک ج سے ک ج پھر کیونکہ ن ک سے ن م اور م ک ملکر
بڑے ہین اور ن م کے ن ب برابر ہے اسلیے باقی ک ب
سے باقی ک م بڑا ہوگا یعنی ک م سے ک ب چھوٹا ہوگا اور
کیونکہ ن ل ک مثلث کے ن ک ضلع کے ن اور ک
حدون سے ن م اور ک م خط م نقطہ تک جو مثلث کے
اندر ہے کھینچے ہین اس سبب سے ن ل اور ل ک سے

علوم متعارفہ ۲
مقالہ شکل ۲۰ ۱
علوم متعارفہ ۹
مقالہ شکل ۲۴ ۱
مقالہ شکل ۲۰
مقالہ حدود ۱
علوم متعارفہ ۵

تک کھینچ سکتے ہین



فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ
کے باہری ک نقطہ سے
خط ک ا ک گ ک چ
اور ک ج محیط تک کھنچے
ہین اونمین ک ا خط مرکز
مین ہوکر گذرتا ہے جو خط
ا گ چ ج محیط کے
اندر تک کھنچے ہین اونمین

ک ا خط جو مرکز مین ہوکر گذرتا ہے سب سے بڑا ہوگا اور
اوسکے پاس کا خط دور کے خط سے بڑا ہوگا یعنی ک چ سی
ک گ بڑا ہوگا اور ک ج سے ک چ لیکن وے خط جو
د ل م ب پ محیط کے اوپر تک کھنچے ہین اونمین ک ب
خط جو ک نقطہ اور ا ب قطر کے درمیان ہے سب سی چھوٹا ہوگا
اور اوسکے قریب کا خط دور کے خط سے چھوٹا ہوگا یعنی ک ل
سے ک م چھوٹا ہوگا اور ک و سے ک ل

ا ب ج دائرے کا ن مرکز معلوم کرو اور ن گ اور ن چ

مقالہ تیسرا

کیونکہ چ م کے چ پ برابر ہے اور چ و کے بھی چ پ
برابر ہے اسیلیے چ م اور چ و برابر ہونگے یعنی وہ خط جو مرکز
مین ہوکر گذرتا ہے اوسکے پاس کا خط اوس سے دور کے
خط کی برابر ہے لیکن یہ ثابت ہوچکا ہے کہ یہہ بات غیر ممکن ہی فقط

علوم متعارفہ

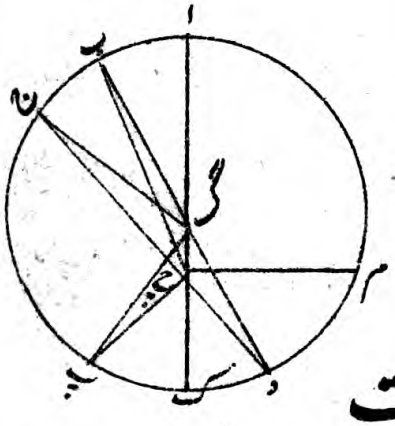
۸ شکل

اگر دائرہ کے باہر ایک نقطہ لیا جاوے اور
اوس سے محیط تک خط کھینچے جاوین اور اونمین
سے ایک خط مرکز مین ہوکر گذرتا ہو تو جتنے خط محیط
کے اندر تک کھینچے ہین اون مین جو خط مرکز
مین ہوکر گذرتا ہے وہ سب سے بڑا ہوگا
اور اوس سے جو خط قریب ہے وہ دور کے خط
سے بڑا ہوگا لیکن وے خط جو محیط کے برابر تک
کھنچے ہین اونمین جو خط نقطۂ مفروضہ اور قطر کے
درمیان ہے وہ سب سے چھوٹا ہوگا اور اوسکے
پاس کا خط دور کے خط سے چھوٹا ہوگا اور
نقطۂ مفروضہ سے سب سے چھوٹے خط
کے دونون طرف صرف دو برابر خط محیط

مقالہ شکل ۱۔ زاویہ بڑا ہے اسلیے چ ج قاعدہ سے ب چ قاعدہ بڑا ہے
بسبب دلیل مذکور کے چ پ سے ج چ بڑا ہے پھر کیونکہ
مقالہ شکل ۱۔ ۲۰ گ پ سے پ چ اور چ گ ملکر بڑے ہین اور گ ک کے
گ پ برابر ہے اس سبب سے گ ک سے پ چ اور چ گ
ملکر بڑے ہین انمین سے مشترک حصہ گ چ نکالو تو باقی چ ک
علوم متعارفہ ۵ سے باقی چ پ بڑا ہوگا جتنے خط چ نقطہ سے محیط تک کھینچے
ہین اونمین چ ا سب سے بڑا ہے چ ک سب سے چھوٹا ہے
اور ج چ سے ب چ بڑا ہے اور چ پ سے چ ج بڑا ہے
چ نقطہ سے محیط تک صرف دو برابر خط چ ک کے دونون طرف
کھینچ سکتے ہین چ گ خط کے گ نقطہ پر چ گ و زاویہ چ گ پ
م ش ۱۔ ۲۳ زاویہ کے برابر بناؤ اور چ و ملادو تو پ گ چ اور
مقالہ حدود ۱۔ ۱۵ و گ چ مثلثون مین پ گ اور و گ ضلع برابر ہین اور
گ چ دونون مین مشترک ہے اور زاویے و گ چ اور
ب پ گ چ برابر ہین اس سبب سے چ د اور چ پ قاعدے
م ش ۱۔ ۴ برابر ہونگے لیکن سوائے خط چ و کے اور کوئی خط چ نقطہ
سے محیط تک نہین کھنچ سکتا ہے جو چ پ کے برابر
ہو اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ چ م خط چ پ کے برابر ہے

اور اوسی نقطہ سے سب سی چھوٹے خط کی دونون
طرف صرف دو برابر خط کھینچ سکتے ہین +

فرض کرو کہ اب ج دائرے کا اک قطر ہے اور گ مرکز اک قطر
مین کوئی نقطہ چ فرض کرو جو مرکز نہو جتنے خط چ ب چ ج چ پ
وغیرہ چ نقطہ سے محیط تک کھینچے جاوین اونمین چ ا خط سب
سے بڑا ہوگا اور چ ک دوسرا حصہ قطر کا
سب سی چھوٹا ہوگا اور چ ج
سی چ ب بڑا ہوگا اور چ پ
سی چ ج بڑا ہوگا ب گ
ج گ اور پ گ خط کھینچو



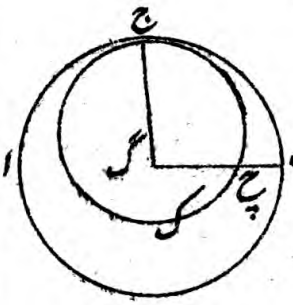
ثبوت

مقالہ ۱ شکل ۲ مثلث کے دو ضلع ملکر تیسرے ضلع سے بڑے ہوتے ہین اسلیے
ب گ اور گ چ ملکر ب چ سے بڑے ہین لیکن ا گ اور
مقالہ ۱ حدود ۱۵ ب گ برابر ہین اسلیے ا گ اور گ چ ملکر ب چ سے بڑے
ہونگے یعنی ب چ سے ا چ بڑا ہے پھر کیونکہ ب گ چ اور
ج گ چ مثلثون مین ب گ اور ج گ برابر ہین اور گ چ
علوم متعارفہ ۹ دونون مین مشترک ہے لیکن ج گ چ زاویہ سے ب گ چ

کہ گ دونون دائرونکا مرکز ہے گ ج خط کھینچ لو اور گ چ ب
خط کھینچو جو چ اور ب نقطہ پر دائرون سے ملے

ثبوت

مقالہ حدود ۱۵ — اب ج دائرہ کا گ مرکز ہے اسلیے گ ج اور گ ب برابر ہین اور
ج گ چ دائرے کا بھی گ مرکز ہے اسلیے گ ج اور گ چ
برابر ہین لیکن گ ج اور گ ب بھی برابر ہین اسواسطے گ چ
علوم متعارفہ ۱ — اور گ ب برابر ہوے یعنی چھوٹی شئی
بڑی شئے کے برابر ہے یہہ ناممکن ہی

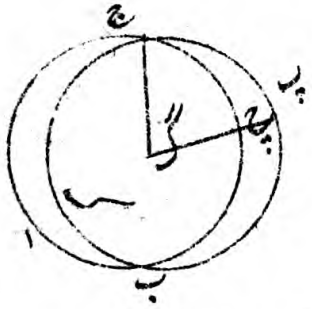


اس سبب سے اب ج اور ج گ چ دونون
دائرون کا گ مرکز نہین ہے

۷ شکل

اگر ایک دائرہ کے قطر مین کوئی نقطہ لیا جاوی جو
مرکز نہو تو جتنے خط اوس نقطہ سے محیط تک کھینچے
جاوین اونمین سب سے بڑا وہ خط ہوگا جس مین
مرکز ہے اور دوسرا حصہ قطر کا سب سی چھوٹا ہوگا
اور جو خط اوس خط کی قریب ہے جسمین مرکز ہے
وہ دوسرے خط سے بڑا ہوگا جو اوس سی دور ہی

ممکن ہے تو فرض کرو کہ دونون دائرونکا گ مرکز ہے گ ج
خط کھینچ لو اور گ چ پ خط کھینچو جو چ اور پ نقطون پر
دائرہ کے ساتھہ ملتا ہو۔



ثبوت

اب ج دائرے کا گ مرکز ہے
اسلیے گ ج اور گ چ برابر مقالہ حدوہ ۱۵
ہین پھر کیونکہ گ وہی ج ک پ دائرے کا بھی مرکز ہے اسلیے
گ ج اور گ پ برابر ہین لیکن گ ج بھی برابر ہے گ چ
کے اسواسطے گ چ اور گ پ برابر ہین یعنی چھوٹی چیز علوم متعارفہ ۱
بڑی چیز کے برابر ہے یہہ ناممکن ہے اسلیے اب ج اور ج ک پ
دونون دائرونکا گ مرکز نہین ہے فقط۔

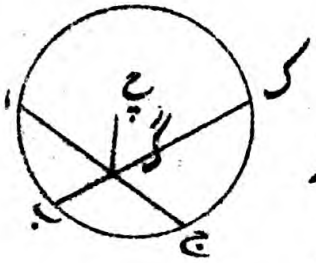
۶ شکل

ایک دائرہ دوسرے دائرے کے اندر ہو اور اوسکو
ایک نقطہ پر چھوتا ہو یعنی دونون دائرے متماسہ ہون
تو ممکن نہین کہ اونکا ایک ہی مرکز ہو ✣

فرض کرو کہ اب ج اور ج ک چ دائرے ج نقطہ پر ملتے ہین
تو اونکا ایک ہی مرکز نہوگا اگر ممکن ہے تو فرض کرو

مقالہ ۳ شکل ۱

معلوم کرو اور چ گ خط کھینچ لو



ثبوت

ج گ خط جو مرکز مین ہو کر گذرتا ہی
وہ اج خط کے جو مرکز سے باہر
ہے دو برابر حصے کرتا ہی اسیلیے اج پر چ گ عمود ہی اس
سبب سے اگ چ زاویہ قائمہ ہے پھر کیونکہ چ گ خط
ب ک خط کے جو مرکز سے باہر ہے نصف حصے کرتا ہی اسیلیے
ب ک پر چ گ عمود ہے اس سبب سے چ گ ب
زاویہ قائمہ ہے لیکن اگ چ زاویہ قائمہ ثابت ہو چکا ہی
اسیلیے اگ چ زاویہ ب گ چ زاویہ کے برابر ہے یعنی
چھوٹا برابر ہے بڑے کے یہہ ناممکن ہے اسیلیے اج اور
ب ک مین سے ایک دوسرے کو نصف نہین کر سکتا۔

مقالہ ۳ شکل ۱

ف

مقالہ ۳ شکل ۱

علوم متعارفہ ۱

۵ شکل

اگر دو دائرے مین سے ایک دوسرے کو
تقاطع کرے تو اونکا ایک ہی مرکز نہین ہو سکتا

فرض کرو کہ اب ج اور ج ک پ دائرے ب اور ج
نقطون پر تقاطع کرتے ہین تو اونکا ایک ہی مرکز نہوگا اگر

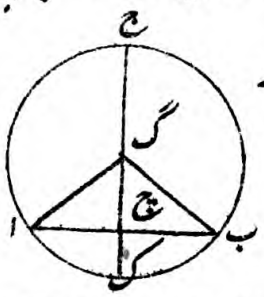
مقالہ حدود ۱ ۱۵ گ ا اور گ ب نصف قطر برابر ہین اسلیے گ اچ اور
مقالہ شکل ۱ ۵ گ ب چ زاویے برابر ہین اور اچ گ زاویہ قائمہ برابر ہے
مقالہ حدود ۱ ۱۰ ب چ گ زاویہ قائمہ کی اس سبب سی گ اچ اور گ ب چ
مثلثون مین دو زاویے ایک مثلث کے برابر ہین دوسرے
مثلث کے دو زاویون کے اور گ چ ضلع جو برابر زاویونکی
مقالہ شکل ۱ ۲۶ مقابل ہی دونون مین مشترک ہے اسواسطے اچ اور ب چ ضلع
برابر ہین —

۴ شکل

اگر ایک دائرہ مین دو وتر آپس مین تقاطع کرین اور دونون
مرکز مین ہو کر نہ گذرین تو اونمین سی ایک دوسریکو نصف نہین کر سکتا
فرض کرو کہ اب ج گ دائرہ مین اج اور ب گ وتر مرکز سے
باہر گ نقطہ پر تقاطع کرتے ہین تو اج اور ب گ مین سے ایک
دوسرے کو نصف نہین کر سکتا اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ اگ
اور گ ج برابر ہین اور ب گ اور گ ک بھی اگر ایک خط مرکز
مین ہو کر گذرے تو ظاہر ہے کہ اوسکے نصف حصے اوس خط
سی نہونگے جو مرکز مین ہو کر نہ جاویگا لیکن جو دونون خط مفروضہ
مین ہی کوئی خط مرکز مین ہو کر نہ گذرے تو دائرہ کا چ مرکز

اب خط مرکز مین ہوکر نہین گذرتا ہے تو ج ک خط اب پر عمود ہوگا دائرہ کا گ مرکز معلوم کرو اور گ ا اور گ ب خط کھینچ لو

مقالہ ۳ شکل ۱



ثبوت

اچ گ اور ب چ گ مثلثون مین اچ اور ب چ ضلع برابر ہین اور گ چ مشترک ہے اور گ ا اور گ ب قاعدے برابر ہین اس لیے اچ گ زاویہ ب چ گ زاویہ کے برابر ہے مگر جب ایک خط دوسرے خط پر کھڑا ہوتا ہے اور قریب کے زاویے برابر ہوتے ہین تو ہر ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے اس سبب سے ہر ایک زاویہ اچ گ اور ب چ گ قائمہ ہے اسلیے ج ک خط جو مرکز پر ہوکر گذرتا ہے اور اب خط کی دو نصف حصے کرتا ہے وہ اب پر عمود بھی ہے

ف

مقالہ ۱ حدود ۱۰

مقالہ ۱ شکل ۱۳

مقالہ ۱ حدود ۱۰

لیکن فرض کرو کہ ج ک خط اب پر عمود ہے تو ج ک اب کے نصف حصے کرے گا یعنی اچ اور ب چ برابر ہونگے اور اس دعوی کے ثابت کرنے مین بھی وہی شکل بنالو جو اوپر مرقوم ہے

ثبوت

م ش ۱ ۱۶ زاویہ ک گ ب خارجہ ہے اور زاویہ داخلہ متقابلہ ک ا گ سے
بڑا ہے مگر ک ا گ اور ک ب گ دونون زاویون کو برابر ثابت
کر چکے ہین اسلیے ک گ ب زاویہ سے ک ب گ زاویہ بھی چھوٹا
م ش ۱ ۱۹ ہوگا مگر بڑے زاویئے کے مقابل کا ضلع بھی بڑا ہوتا ہے
اسواسطے ک ب ضلع ک گ ضلع سے بڑا ہوگا مگر ک ب اور
م حدود ۱ ۱۵ ک ج ضلع برابر ہین اسواسطے ک ج بھی ک گ سے بڑا ہوگا
یعنی چھوٹی چیز بڑی چیز سے بڑی ہوجاویگی یہ بات ناممکن ہے
اس سبب سے ا ب خط محیط سے باہر کبھی نہوگا اور اسی طرح
سے یہہ بھی ثابت ہوسکتا ہے کہ وہ خط ا ب محیط کی اوپر
بھی نہوگا اسواسطے ا ب خط ضرور محیط کے اندر ہوگا فقط

۳ شکل

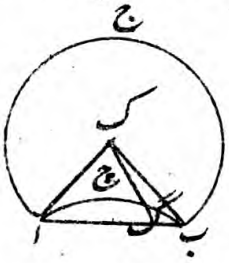
جو ایک خط مستقیم مرکز دائرہ پر گذری اور ایک وتر
کے دو برابر حصے کرے مگر وتر مرکز مین ہوکر نگیا ہو
تو وہ خط مستقیم اوس وتر پر عمود ہوگا اور اگر عمود ہوگا
تو اوسکی تنصیف بھی کرے گا

فرض کرو کہ دائرہ ا ب ج مین ج ک خط مرکز مین ہوکر گذرتا
ہے اور ا ب خط کے چ نقطہ پر دو برابر حصے کرتا ہے مگر

وتر کے دو برابر ٹکڑے کرے اور
اوسپر عمود بھی ہو تو اوسی عمود کے
کسی نقطہ پر دائرے کا مرکز ہوگا +

۲ شکل

محیط دائرہ مین دو مفروضہ نقطون کے درمیان جو خط
سیدھا کھینچا جاوے وہ دائرے کے اندر ہوگا
فرض کرو کہ اب ج دائرہ کے محیط مین ا اور ب دو نقطے
ہین تو ا سے ب تک جو خط کھینچا جاوے گا وہ ضرور محیط کے
اندر ہوگا اگر اندر نہو تو اگ ب خط کی
مانند محیط سے باہر ہوگا اب ج دائرہ کا
ک مرکز معلوم کرلو پھر ک ا اور ک ب
خط کھینچو اور اب قوس مین چ نقطہ لیکر ک چ خط کھینچ لو اور
اوسے گ نقطہ تک بڑھاؤ



ثبوت

کیونکہ ک ا اور ک ب نصف قطر برابر ہین اس سبب سے
ک اب اور ک ب ا زاویے برابر ہین اور اگ ک مثلث
کا اگ ضلع ب نقطہ تک کھینچا ہوا ہے اس سبب سے

صدود ۱۵ م ش ۵۱

ثبوت

اک پ اور ب ک پ مثلثون مین اک اور ب ک ضلع
برابر ہین اور ک پ ضلع
دونون مین مشترک ہی پس اپ
اور پ ب یے دونون نصف قطر
بھی برابر ہین اس سبب سے اک پ اور ب ک پ زاویے
برابر ہونگے لیکن جبکہ ایک خط دوسرے خط پر واقع ہوتا ہے
اور اوسکے دونون پہلو کے زاویے آپس مین برابر ہوتی ہین
تو اوسمین سے ہر ایک قائمہ ہوتا ہے اسواسطے پ ک ب
زاویہ قائمہ ہوا مگر چ ک ب زاویہ بھی قائمہ ہے اس سبب سے
چ ک ب اور پ ک ب برابر ہونگے یعنی بڑا زاویہ چھوٹے
زاویہ کے برابر ہوگا اور یہ بات محال ہے اسلیے دائرہ اب ج
کا مرکز پ نقطہ پر نہین ہوگا اسی طرح سے یہ ثابت ہوسکتا ہے کہ
چ نقطہ کو چھوڑکر اور کسی نقطہ پر دائرہ اب ج کا مرکز نہوگا اس
سبب سے چ نقطہ ہی مرکز ہے۔

م حدود ا — ١٠

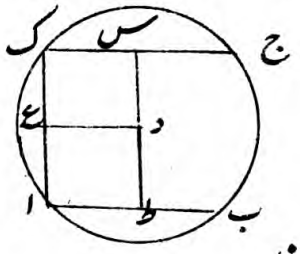
م ش ا — ٨

م حدود ا — ١٠

حاصل

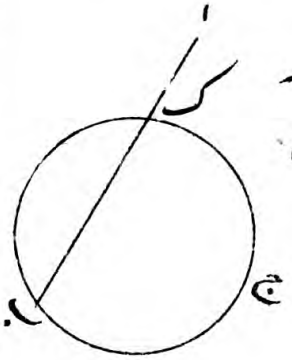
اس سے یہ بات ثابت ہوتی ہی کہ جو خط

دط برابر ہے عمود دس کے اور اک وتر بہ نسبت اب یا
ک ج وتر کے مرکز سے
زیادہ دوری پر ہے کیونکہ



عمود دع بڑا ہی دط یا دس سے

۱۷۔ خط قاطع دائرہ اوسکو کہتے ہین
جو دائرے کے باہر کسی نقطہ سے نکلکر
محیط کو دو نقطون پر کاٹے مثلاً اب
خط قاطع دائرہ ب ج ک کا ہے۔



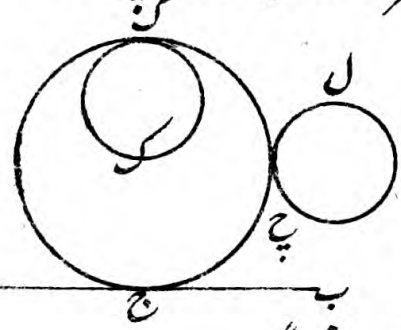
۱ شکل

(دعوی) ہم چاہتے ہین کہ مرکز دائرہ مفروض کا دریافت کرین
فرض کرو کہ دائرہ اب ج کا مرکز معلوم کرنا ہی تو اوس دائرے
کے اندر کوئی خط اب سیدھا کھینچو اور ک نقطہ پر اوس خط
کے برابر دو ٹکڑے کر لو اور اوسی نقطہ ک سے اب خط پر
ک ج عمود ڈالو پھر ج ک کو گ نقطہ تک بڑھاؤ اور ج گ
خط کے چ نقطہ پر برابر دو حصے کر لو وہی نقطہ مرکز اب ج
دائرے کا ہوگا اگر کہو کہ چ نقطہ مرکز نہوگا تو فرض کرو کہ پ
نقطہ مرکز ہے تو پ ا و پ ک اور پ ب خط کھینچو

م ش ا — ۱۰
م ش ا — ۱۱

اب خط مماس دائرہ گ ج چ کا ہے

۱۴- دو دائر متماسہ اون دائرون کو کہتے ہین جو ایک نقطہ پر ملین اور ایک دوسرے کو کسی اور نقطہ پر نہ کاٹے



مثلاً گ ج چ

اور گ ک

دو دائر متماسہ داخلاً ہین

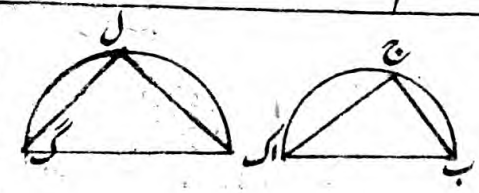
اور گ ج چ اور چ ل دو دائر متماسہ ہین خارجاً

۱۵- نقطہ تماس اوس نقطہ کو کہتے ہین جسپر ایک دائرہ دوسرے دائرے کو چھوتا ہو یا ایک خط ایک دائرہ کو

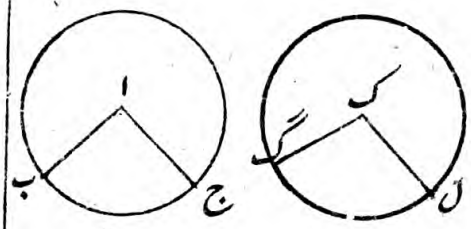
مثلاً چ اور ک اور ج نقطہ تماس ہین

۱۶- اگر یہہ کہین کہ وتر مرکز سے برابر دوری پر ہین تو اوس سے یہہ مراد ہے کہ جو عمود اونپر مرکز سے کھینچے جاوین وے برابر ہین اور علیٰ ہذا اگر یہہ کہین کہ ایک وتر کی دوری بہ نسبت دوسرے وتر کے مرکز سے زیادہ ہے تو اوس سے یہہ مراد ہے کہ جو عمود اوسپر مرکز سے کھینچا جاتا ہے اوس عمود سے جو کہ دوسری وتر پر کھینچا جاتا ہے بڑا ہے

مثلاً وتر اب اور ک ج مرکز سے برابر دوری پر ہین کیونکہ عمود



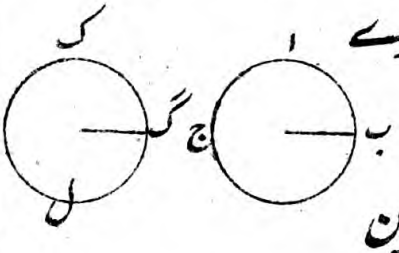
جنکے زاویہ برابر ہون
مثلاً ا ج ب اور ک ل گ
متشابہ ہین



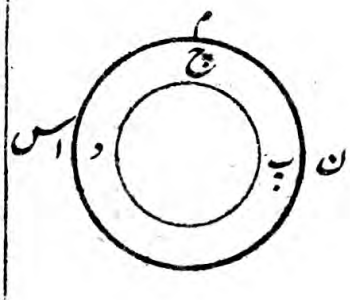
۹- قوس متشابہ اون کو
کہتے ہین جنکے مرکز پر برابر
زاویہ ہون مثلاً ب ج اور گ ل قوس متشابہ ہین

۱۰- قطاع متشابہ اونکو کہتے ہین جنکی قوسین متشابہ ہون مثلاً
ب ا ج اور گ ک ل قطاع متشابہ ہین-

۱۱- دائرہ متساوی اونکو کہتے ہین جنکے نصف قطر برابر ہون
مثلاً ا ب ج اور ک گ ل دائرے
متساوی ہین

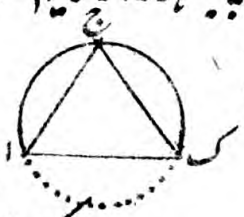


۱۲- ہم مرکز دائرہ اونکو کہتے ہین
جنکا ایک مرکز ہو مثلاً ج پ د اور
م ن س دائرے ہم مرکزی ہین



۱۳- خط مماس دائرہ اوس خط
کو کہتے ہین جو محیط کو ایک نقطہ پر
چھوتا ہوا اوپر ڈھانے سے کسی اور نقطہ پر محیط کو نہ کاٹے مثلاً

۵ - اگر قوس کے کسی نقطہ سے وتر کے سرون تک دو خط کھینچے جاوین تو جو زاویہ کہ اُن دو خطونسے قوس مین پیدا ہو وہ زاویۃ القطعہ کہلاتا ہے

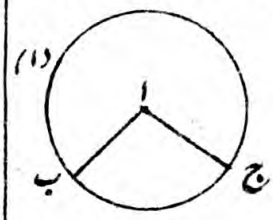


مثلاً اج ک قطعہ دائرہ کا زاویۂ اج ک زاویۃ القطعہ ہے

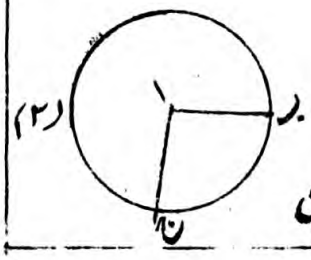
۶ - اگر قوس کی حدون سے دو خطوط اس طرح پر کھینچے جاوین کہ وہ محیط کے کسی نقطہ پر یا مرکز پر ملین تو جو زاویہ اِن دونون خطون کے ملنے سے پیدا ہو زاویۂ قوسی کہلاتا ہے

مثلاً اک ب یا اج ب جو قوس اگ ب پر واقع ہین زاویۂ قوسی ہین

۷ - قطاع دائرہ وہ شکل ہے کہ دو نصف قطر اور اونکے بیچ کے قوس سے محدود ہو مثلاً (شکل ۱) اب ج قطاع دائرہ ہے اور جب ایک نصف قطر دوسرے نصف قطر پر عمود ہو تو قطاع دائرہ کو ربع دائرہ کہین گے



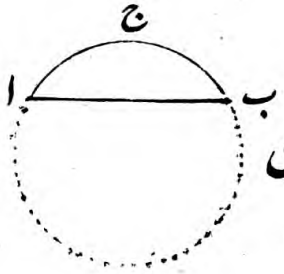
جیسے (شکل ۲) اب ج ربع دائرہ ہے



۸ - قطعہ متشابہ اون قطعون کو کہتے ہین

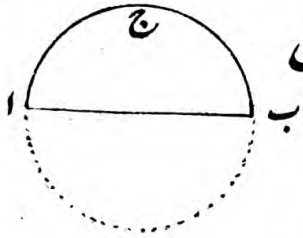
تیسرا مقالہ

حدود



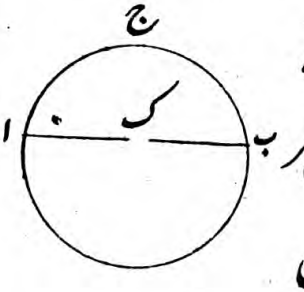
۱- محیط کے ٹکڑے کو قوس کہتے ہین
مثلاً اج ب قوس ہے۔

۲- اگر قوس کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک جو خط سیدھا
کھینچا جاوے تو اوسے وتر کہتے ہین



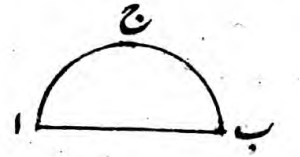
جیسے اب وتر ہے

۳- نصف دائرے کا قوس نصف محیط
کہلاتا ہے اور آدھا قطر نصف قطر جیسے



اج ب نصف محیط ہی اور ک ب نصف قطر

۴- قطعہ دائرہ وہ کہلاتا ہی جو قوس
اور وتر سے محدود ہے



جیسے اج ب قطعہ دائرہ ہے

Zakeer Khadem II Pa

INDIAN INSTITUTE

تحریر اقلیدس

حصۂ دوم

جسمین تیسرا اور چوتھا مقالہ شامل ہے

مجاریہ و مستعملہ مدارس سررشتۂ تعلیم ممالک مغربی و شمالی

جسکو

پنڈت بنسی دھر نے باعانت پنڈت موہن لال تالیف کیا

حسب لایماے

مُروّج علم و ہنر صاحب ڈائرکٹر آف پبلک انسٹرکشن ملک اودھ

واسطے استعمال مدارس و مکاتب سررشتۂ تعلیم اودھ کے

لکھنؤ

مطبع منشی نولکشور مین چھاپی گئی

سنہ ۱۸۷۳ع

Tahrīr-ē-Uqlīdas.

Bk. III.

Indian Institute, Oxford.
The Lucknow Sparks Library.
Presented
by
Munshi Newul Kishore.